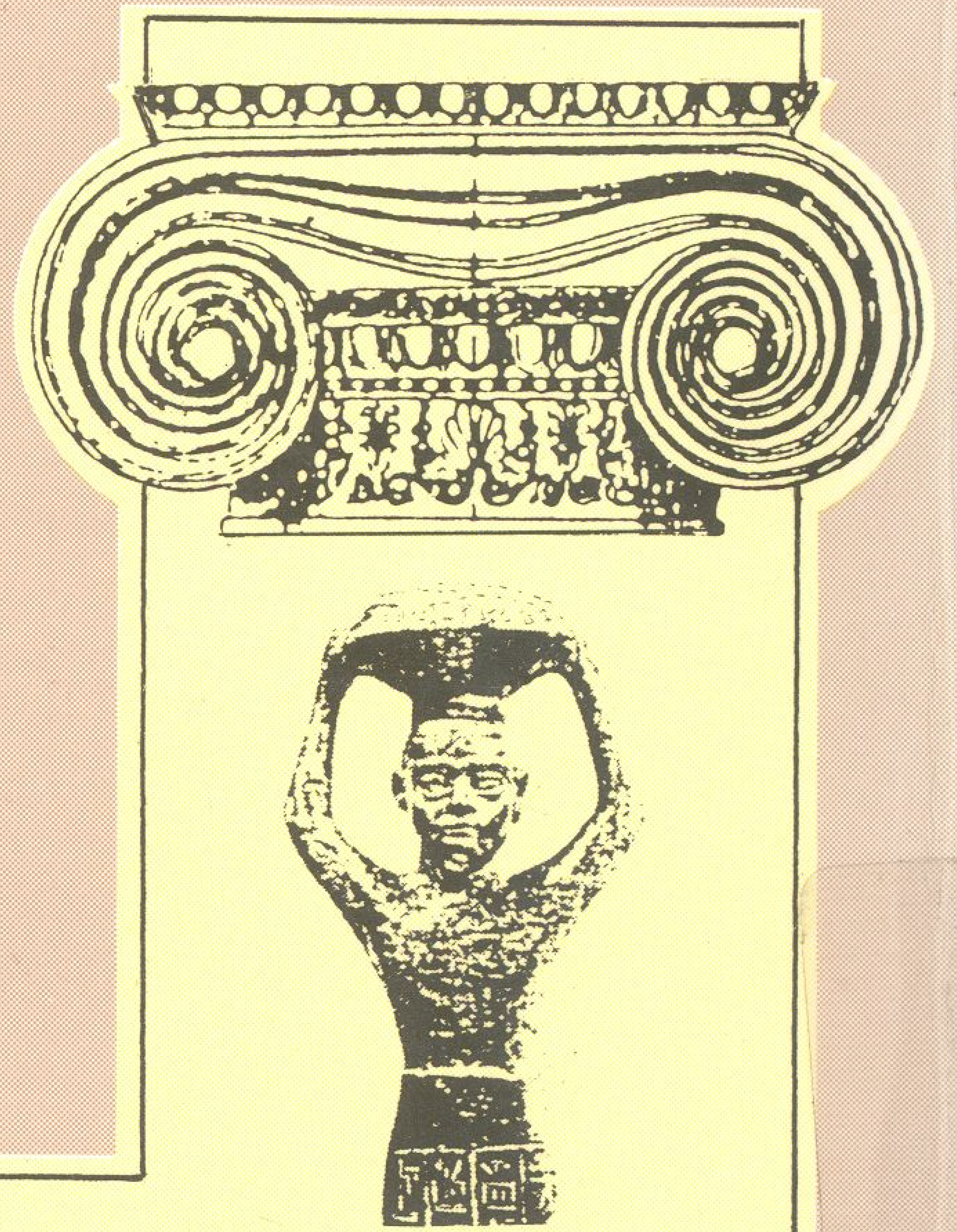
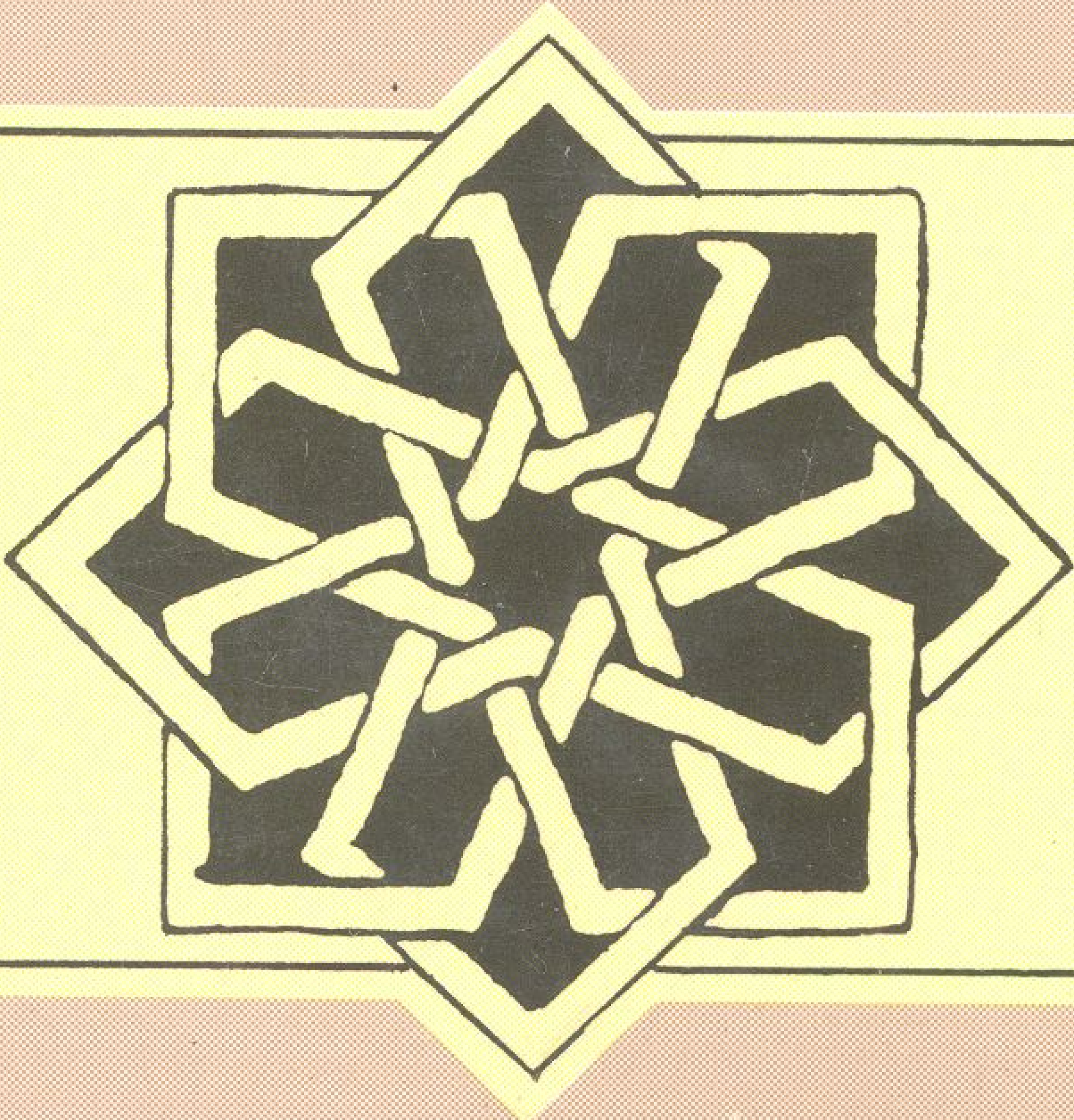
تطور

الرياضيات عبر العصور

(دراسة تاريخية علمية)



د. خيرية رمضان   أ. علي جامع





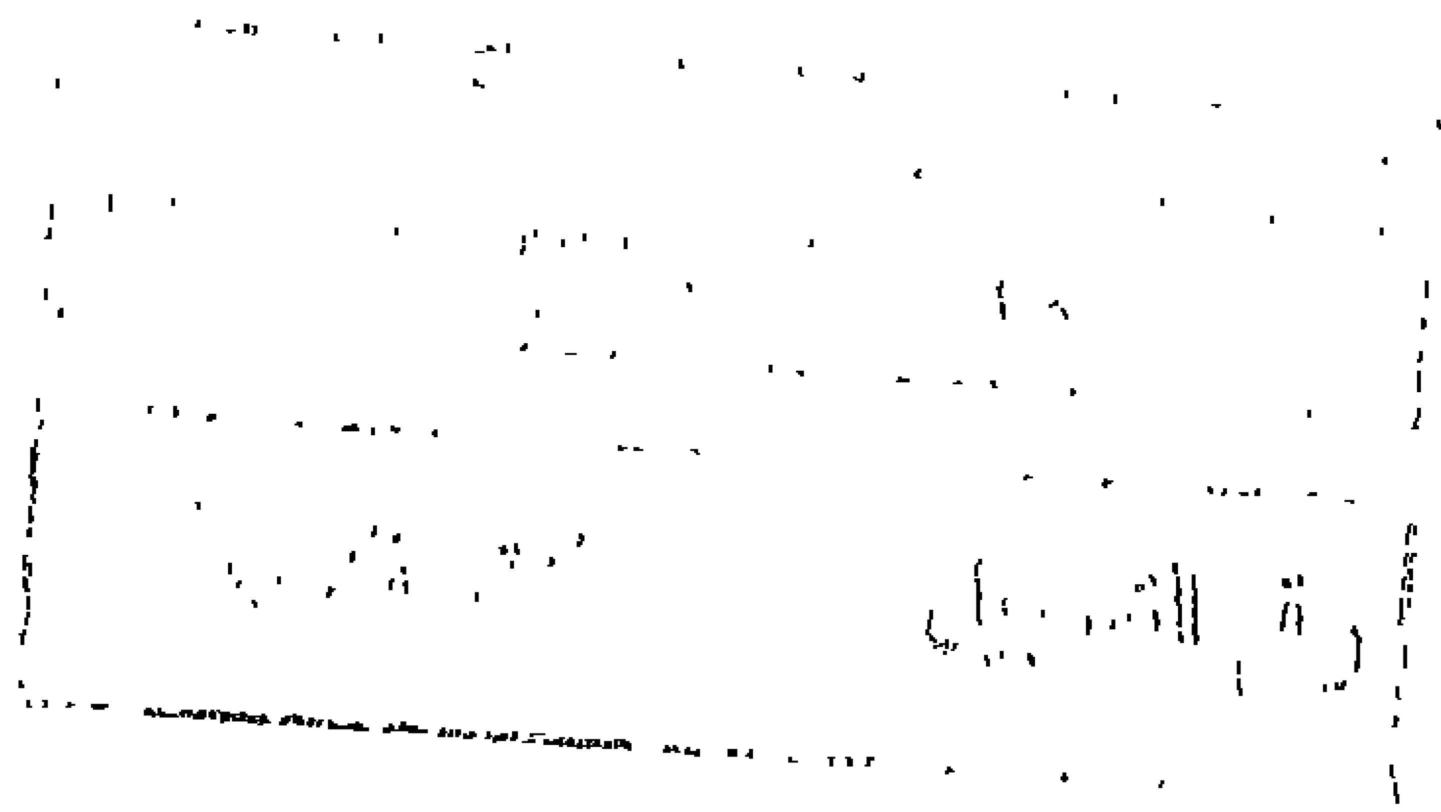
اهداءات ٢٠٠٢

المجلس الوطني للثقافة و الفنون

و الأدب - الكويت

تطور
الرياضيات عبر العصور

(دراسة تاريخية علمية)



د. خيرية رمضان   أ. علي جامع

دار الترجمة
الكويت

الطبعة الأولى
١٤١٥هـ - ١٩٩٥م

الناشر

دار الترجمة

نشر - ترجمة - طباعة - توزيع
ت: ٢٤٢٨٨١١ - ٢٤٠٦٥٥٩
فاكس: ٢٤٥٤٧٥٩
ص.ب: ٢٣١٠٦ صفاة - الكويت

المقدمـــــــــة

تزخر المكتبة الغربية بوفرة من التصديرات و المؤلفات القيمة في تاريخ العلوم . على حين تكابد المكتبة العربية ندرة واضحة في هذا النوع من التأليف . ولا ريب أن هذه الحقيقة تعكس اختلاف الرؤية بين مناخ علمي يحس أهمية التاريخ للعلوم ومناخ آخر يرى في ذلك نوعا من الترف العلمي الذي يحسن أن تنصرف عنه الجهود إلى التأليف في مادة العلم نفسه .

والحق أن أهل العلم في الغرب قد فرغوا من تقرير أهمية التأريخ للعلوم لأسباب كثيرة منها :

أولا :

إن التاريخ للعلم هو في حقيقة الأمر تاريخ لرحلة العقل البشري المتأمل لظواهر المادة والطبيعة والمجتمع ومن ثم فإن هذا الجهد يمنح العقل البشري فرصة لتأمل ذاته والتعرف إلى قدراته على الكشف واستكناه آلياته في التفكير والتأمل ومعالجة المشكلات المنهجية والاجرائية والواقعية التي يطرحها البحث العلمي . وحصيلة هذا التأمل هي لاشك زاد للعقل يعينه على الإفادة مما كان والممارسة العلمية لما هو كائن والاستشراف والتنبؤ العلمي بما سيكون .

ثانيا :

إن تاريخ العلوم جزء لا يتجزأ من تاريخ الحضارات القديمة منها والحديثة .

ومن ثم فإن عنايتنا به هي إمتداد طبيعي لاهتمامنا بتاريخ الحضارة وما ينبع عن ذلك من المعرفية العلمية بالذات وبالآخر ، ومن التقييم المنصف لجهود السابقين تقويما مؤسسا على الالتزام والأمانة العلمية والتوثيق الدقيق .

ثالثا :

إن تاريخ الرياضيات كفرع من تاريخ العلوم يجيب عن كثير من الأسئلة الحائرة التي يمكن أن تخطر على بال أي رياضي محترف عندما يقرأ برهانا لنظرية ما أو يحاول طريقة لحل مسألة من المسائل أو يعالج أسلوبا لإجراء عملية من العمليات . هذه الأسئلة التي تدور حول العقل الذي إكتشف وزمان هذا الإكتشاف ومكانه . ثم العقل الذي نظم وطور وأضاف . ولاشك أن هذا كله لازم لإستعراض سلسة الجهود الرائعة المتواصلة منذ البدايات الأولى لوضع الأساس إلى شموخ البنيان الرياضي .

إن كل هذه التساؤلات والبحث الدائب عن إجابات لها ليست من باب هو الفضول العلمي المشروع فحسب بل هو فضول علمي لازم وضروري لتقدم العلوم .

وإذا كانت هذه المقدمة صحيحة بوجه عام وصادقة في حق جميع العلوم فإن صدقها أوجب في حق الرياضيات .

- فالرياضيات مجال معرفي عريق بدأ مع بدايات الحضارات البشرية وواكب نموها وكان و لا يزال أساسا راسخا وفاعلا لتطور الحياة المادية والروحية على الأرض .

- لذلك كله إتجهت الدراسات الحديثة في مجال التربية إلى تأكيد أهمية

تقديم تاريخ الرياضيات بوصفه مقررا دراسيا من بين مقررات المعرفة الرياضية ولا سيما لأولئك الدارسين الذين تفرض عليهم دراساتهم الإهتمام بالرياضيات سواء في كليات إعداد المعلم أو كليات العلوم في شعب التخصص الرياضي .

وليست مهمة التأليف في تاريخ الرياضيات بالمهمة اليسيرة . إن على من يقوم على هذه المهمة أن يجمع كل ما يمكن جمعه من كتب وأبحاث وأن ينفق الكثير من وقته في القراءة والتمحيص وتدوين الملاحظات وأن يخضع ما يجمعه ويدونه لتأمل طويل ثم إن عليه - إذا أراد أن يضع خلاصة تأمله في صورة مقروءة يتيحها للباحثين وجمهرة القراء - أن يعيد النظر في تنظيم الماده وتصنيفها وتبويبها وأن يتوخى في عرضها السهولة التي لا تخل بجوهر المادة العلمية ولا تعرضها للاختصار المخل أو الإطاله التي تخرج بالمؤلف عن الغاية المرسومه للكتاب .

ولقد كان المؤلفان على علم يقيني بكل هذه التبعات وكانت لهما وقفة تأمل طويلة ولا نقول أن هذه الوقفه التأمليه قد طالت على الرغم من الخبره الرياضيه الجيده التي حصلها المؤلفان من خلال الدراسة والتدريس لكننا نقول أنها طالت بسبب طول الخبره والتمرس . فإن الخبره تعلمنا دائما ألا نعتسف الأمور وألا نقتحم المشكلات إقتحاما بل علينا أن نتلطف العرض ونجتهد في الأسلوب ونتفرغ وسعنا في تقديم عرض منهجي رصين لما نحن بصدده من مشكلات علمية .

لقد كان خروج المؤلفان من هذه الوقفة هو قرار بإعداد هذا الكتاب رغبه في تزويد كل مهتم بالرياضيات بدليل تاريخي علمي لتطور الماده عبر العصور

واضعين في الإعتبار أن المسيرة التاريخية لا تكتمل إلا بالنماذج الرياضية العلمية فكان هذا هو الأسلوب المتبع في تناول الموضوعات . . . عرض تاريخي ونماذج علمية .

إعتقادا بأن العرض التاريخي ووصف المنجزات دون التعرض لنماذج وبراهين وأساليب الإجراءات الرياضية المختلفة قد يضيع على القارئ متعة التنقل بين التاريخ والعلم .

ويقع هذا الكتاب في خمسة فصول :

يتعرض أولها لتعريف التاريخ وتاريخ العلم وتاريخ الرياضيات .

و يحتوي ثانيهما على سرد تاريخي لتطور الرياضيات عبر العصور .

فيما خصص الباب الثالث للأعداد والعمليات الحسابية والكسور .

أما الباب الرابع فقد خصص للجبر وتطوره ونماذج من ممارسته عبر العصور .

والباب الخامس خصص للهندسة وتطورها ونماذج من ممارستها عبر العصور .

وإكمالا للكتاب كان الباب السادس رمزا لتألق علماء الحضارة الإسلامية في سماء الرياضيات فهو يحكي وبإختصار سيرة بعض هؤلاء العلماء وأعمالهم تأكيدا على أنهم القدوة التي يجب أن تحتذى .

المؤلفـــان

الباب الاول

رقم الصفحة

الباب الاول

١/ التاريخ

١-١/ تاريخ العلم

١-٢/ تاريخ الرياضيات

١-٣/ نحن وتاريخ الرياضيات

١-٤/ الرياضيات والحضارة

١ / التاريخ

التاريخ في اللغة هو تعريف الوقت مطلقا وهو معرفة أحوال الطوائف وبلدانهم ورسومهم وعاداتهم وصنائع أشخاصهم وأنسابهم ووفياتهم وغير ذلك .

وموضوع هذا العلم هو أحوال الأشخاص الماضية من الأنبياء والأولياء والعلماء والحكماء والشعراء والملوك والسلاطين وغيرهم ، أما الغرض منه فهو الوقوف على الأحوال الماضية ، وفائدته العبرة بتلك الأحوال والتنصح بها وحصول ملكة التجارب بالوقوف على تقلبات الزمن ليحترز عن أمثال ما نقل من المضار ويستجلب نظائرها من المنافع .

وبالتاريخ عرف الناس أمر حجهم وصومهم يقول الله تبارك وتعالى لنبيه صلى الله عليه وسلم (ويسألونك عن الأهلة قل هو مواقيت للناس والحج) سورة البقرة ، آيه , ١٨٩ ويقول الله تعالى في سورة الإسراء (وجعلنا الليل والنهار آيتين فمحونا آية الليل وجعلنا آية النهار مبصرة لتبتغوا فضلا من ربكم ولتعلموا عدد السنين والحساب) .

ويقول الفرماني في مقدمة كتابه (أخبار الدول وآثار الأول في التاريخ) «لولا التاريخ لما كانت معرفة الدول بموت ملوكها وخفى عن الأواخر عرفان حال الأول وسلوكها وما وقع من حوادث في كل حين» .

كذلك فإنه لم يخل كتاب من كتب الله المنزلة من التاريخ ، فمنها ماورد

بأخباره المجملة ومنها ما ورد بأخباره المفصلة .

وعموما اذا كنا نزهو بحاضرنا اليوم فما أجدر بنا أن نقف على ماضينا لأنه مهد دون نزاع لهذا الحاضر ، والماضي والحاضر هما أساس المستقبل وثلاثتهم روافد علم التاريخ .

والتاريخ بشكل عام من أهم الأسس التي يقام عليها بناء المجتمعات والأفراد ذلك أن التاريخ النظيف يستطيع أن يبني أمة تعتز بذاتها وأفرادا يفخرون بالانتماء اليها أما التاريخ الرخيص فانه يخلف أفرادا يتحرجون من الانتماء الى أمتهم ويتبرؤون من تاريخها وعلى ذلك فان دراسة التاريخ لا بد أن تكون بتسليط الاضواء على المواقف والبطولات ، وفترات الإبداع والنضوج وذلك من أجل غرس الثقة في الأجيال بتاريخ ماضيهم المشرف وكذلك دراسة العبر والعظات المستنتجة من فترات الاضطراب والضعف .

وفروع علم التاريخ كثيرة لتشعبها وتعددها ، وما يهمنا منها في كتابنا هذا هو ما يتعلق بتاريخ الرياضيات كجزء من تاريخ العلم .

١-١/ تاريخ العلم

نحن الآن في عصر العلم عصر التكنولوجيا الحديثة ولا شك أن هذا العلم وهذه التكنولوجيا لم يظهرا في يوم وليلة ولكنهما نتاج طبيعي لتطور فيها تم نتيجة علوم توارثتها الأجيال ، وفي كل يوم يظهر الجديد ويوافينا العلم بالغريب العجيب في كل ما يحيط بنا على سطح الأرض أو في أعماق الماء أو

أجواز الفضاء .

وللعلم تاريخ طويل بدأ مع بداية الإنسان في العمل والتفكير وما سجل فيه يرجع الى بضعه آلاف من السنين . ولم يكن العلم حكرا على بيئه بذاتها ولا شعب بعينه ولكنه نتاج لإسهام بني البشر جميعا .

وتاريخ العلم هو بلا شك تاريخ للحضارة الانسانية يتتبع تطورها ومراحل نموها وازدهارها ويقف على فترات تلاشيها وانقراضها .

ويقول الدكتور ابراهيم بيومي مدكور في تصديره لكتاب (تاريخ العلم) لمؤلفه«جورج سارتون» .

«تاريخ العلم هو تاريخ العقل البشري يرسم محاولاته الأولى التي أملتها الغريزة والحاجة وظهرت في صورة بدائية قامت على الجزئيات والخلط بين حقائق الأشياء ويوضح كيف انتقل من ذلك الى ضرب من التفكير الخرافي والأسطوري الذي يعتمد على الوهم والخيال والسحر والشعوذة . ويزعم أنه يدرك ما لا يدرك من أسرار خفيه وقوى باطنه ويسايره الى أن ينتهي به الى ذلك التفكير المنطقي الذي يلاحظ ويجرب ويحلل ويركب ويصنف ويعمم ويبرهن وفي كل هذا ما يبين الصلة الوثيقة بين تاريخ العلم من جانب وتاريخ الفن والصناعه والدين والفلسفة من جانب آخر» .

وتجميع تاريخ العلم القديم قام عليه الكثير من الباحثين الا أن منهجية وعلميه كتابة تاريخ العلم تعودان إلى زمن قريب جدا وبالتحديد الى أواخر

القرن الماضي ومن أعظم كتاب تاريخ العلم هو جورج سارتون الذي عاش في أوائل القرن العشرين والذي ظهر مؤلفه عام ١٩٥٢ ويعد هذا المؤلف بحق المرجع الأول لتاريخ العلم حتى الآن .

١-٢/ تاريخ الرياضيات :

فيما سبق بدأنا حديثنا عن التاريخ ثم عن تاريخ العلم ومما لا شك فيه أن تاريخ العلم ميدان واسع وليس في المستطاع حصره في عدة كتب أو حتى الآلاف من الكتب ، وكذلك فان كتابة تاريخ فرع من فروع العلم والمعرفة تحتاج الى جهد كبير ويحتاج حصرها الى العديد من الكتب أيضا ، ونعرض في كتابنا هذا إن شاء الله لتاريخ علم من أهم فروع العلم والمعرفة وهو علم الرياضيات .

ويجب أن نعلم أنه ليس من المستطاع أن نقدم كل الحقائق المرتبطه بتاريخ الرياضيات وسنحاول ما استطعنا عرض بعض الموضوعات المتعلقة بذلك وخاصه تلك التي ترتبط بأساسيات الرياضيات ونشأتها .

وتاريخ الرياضيات كتاريخ أي علم يبحث فيما اكتشف من رياضيات على أيدي الأقدمين وما قاموا به من أبحاث وتجارب وطرق مختلفة وما صادفهم من صعوبات وكيف تغلبوا عليها ، فمهما كانت اكتشافاتهم في بساطتها وضعف محتواها العلمي إلا أنها الأساس الذي جعل الرياضيات تتقدم حتى وصلت الى ما هي عليه اليوم كأساس لكل تقدم علمي مذهل .

ولا شك في أن دراسة تاريخ الرياضيات لا نعني بها معرفة ما قام به قدامي الرياضيين من اكتشافات وفروض أدت الى نظريات وطرائق تملأ نفوسنا بالاعجاب والفخر بعظمتهم وعبقريتهم ومثابرتهم فحسب ، بل يجب علينا من خلال دراسة تاريخ الرياضيات أن نسير على درب الرياضيين من طرق نجاحهم ونستأصل فشلهم .

والمعلومات المتوافرة اليوم في تاريخ الرياضيات ظهرت كمعلومات التاريخ العام والعلوم الأخرى من خلال وثائق أو مخطوطات أو مطبوعات كتبت بلغة العصور التي كتبت فيها وقام العلماء ببحثها وفحصها ومقارنتها حتى وصلوا الى ما وصلوا اليه الآن ، وفي المستقبل قد يعثر على وثائق جديدة تؤيد بالتأكيد بعض ما وصل اليه علماء اليوم أو تعدل بعضه .

والرياضيات من العلوم التي تنمو عن طريق التطور فكثير من الاكتشافات الرياضية قد وصل اليه رياضيان أو أكثر في وقت واحد مما يدل دلالة واضحة على أنه نتاج لمؤثرات عقلية وثقافية تحيط بهم متقاربة للحد الذي جعل كل منهما يبدأ الكشف الرياضي مستقلا تماما عن الآخر . ومن أمثلة ذلك ما حدث في اكتشاف فرع التفاضل والتكامل من كل من (نيوتن وليبنتز) وللآن لم يعرف من الذي بدأ على وجه اليقين وقدأثبت البحث أن اكتشاف كل منهما للتفاضل والتكامل كان مستقلا تماما عن الآخر .

والآن نعود لنوجز هدفنا الأول من دراسة تاريخ الرياضيات . اننا نعتقد أن تكوين وتنمية الحس الرياضي من خلال دراسة تاريخ الرياضيات تتيح فرصة

كبيرة لتفهم الكثير من العمليات والنظريات الرياضية والطريق الى إجرائها والوقوف على التغير الثقافي والتطور التاريخي للرياضيات كل هذا يكون دافعا للدارس كي يكون من الرياضيين المستكشفين المبتكرين للأفكار الرياضية لا أن يكون مستمعا منفذا يترسم خطي الحل والطرائق المختلفة للوصول الى هدفه دون عمق في التفكير .

وبالرغم من أن أهمية تاريخ العلم تكمن في أنه يرسم الصورة الواضحة المتحركة لتقدم الكشف العلمي ويؤدي بالتالي الى فهم أعمق للموضوعات النظرية ويظهر تبعا لذلك حضارات الأمم ودورها في الإنجازات العلمية .

لم يلتفت المعنيون في الأمة العربية للآن الى أهمية جمع وتوثيق تاريخ العلوم عند العرب والمسلمين باعتباره جزءا من التاريخ الاسلامي ليلقي الضوء على ما كان للعرب والمسلمين من مكانة علمية مرموقة وعلى إنتاجهم العلمي المذهل . فهاهو (جورج سارتون) أحسن من أرخ للعلوم يقول في احدى مقالاته «يدعونا الانصاف في أي دراسة حول تطور الفكر الانساني الى التركيز على المعارف والاكتشافات الاسلامية العظيمة» ثم يستطرد «إن قدرة العرب على ابداع حضارة عالمية موسعة بهذا الحجم في أقل من قرنيين من الزمن أمر لا يمكن وصفه ولا سبيل لتفسيره» .

وأخيرا فاننا يجب أن ننتبه الى أمرين هامين :

أولا : أن أهمية العلوم وحيويتها تتضح قيمتها بالقدر الأكبر اذا درست من خلال تاريخها .

ثانيا : أن تاريخ العلوم هو في الواقع أساس لتاريخ الحضارة .

لذا فإننا نرى أن ثمة أهمية كبرى لدراسة تاريخ العلوم في مناهج اعداد المعلم ونضم صوتنا الى من نادي من قبل ومن سيطالب من جديد بدراسة متأنية جادة وأبحاث عميقة عن تاريخ العلم في العصر الاسلامي العظيم .

١-٣/ نحن وتاريخ الرياضيات :

من المؤكد أن المعرفة مختلفة الفروع وقد شهدت ازدهاراً و نهضة كبيرة خلال عصر الحضارة الاسلامية رغم أننا متأكدون أن كثيراً من الإنتاج العلمي لهذه الحضارة غير معروف . وفي سنواتنا الأخيرة بدأ المشتغلون بالعلوم من العرب وخاصة المشتغلون بالرياضيات في زيادة اهتمامهم بمن سبقوهم في هذا المجال وبرغم انشاء مراكز التراث الا أننا نستطيع أن نؤكد أنه حتى الآن لم نعط تاريخ الرياضيات عند العرب القدر الكافي واللازم من اهتمام الباحثين العلميين ولم نسمع عن الكثير من الرسائل والأبحاث في هذا المجال المهم رغم ما له من أثر كبير على مسيرة الرياضيات التي هي بالتالي الأساس لتقدم العلوم لمواكبة التقدم التكنولوجي المذهل في دول العالم جميعا .

ولعله من الأخطاء الشائعة أن يردد البعض أن العرب والمسلمين قد انحصرت أعمالهم في النقل ، نقصد نقل الحضارات . لكن اذا كان حقا أن العرب قد نقلوا الكثير من الحضارات الى العربية فانهم بلا شك قد أضافوا اليها أعمالا جديدة وكثيرة واستنتجوا نتائج غزيرة فالمؤلفات الرياضية للخوارزمي والبوزجاني والكرخي وعمر الخيام وغيرهم مراجع أساسية استخدمتها

جامعات أوروبا ومدارسها كأساس لنهضتها في الرياضيات ولا يفوتنا أن نؤكد هنا على أن اكتشاف علم الجبر كفرع من فروع المعرفه الرياضيه يرجع الفضل فيه الى عالم من علماء الحضارة الاسلامية . فقد بدأ علم الجبر بكتاب «الجبر والمقابلة» للخوارزمي ، وقد نقله الغربيون ولم يغيروا اسم الفرع بل تركوه كما سماه الخوارزمي(ALGEBRA) كذلك بلغ اعتزازهم بهذا العالم العربي العظيم أن اللغة الأوربية اليوم تحمل كلمة (ALGORITHM) مأخوذة من اسم الخوارزمي وقد أطلقت على طريقة اجراء العملية الحسابية في أي فرع من فروع الرياضيات . وستعرض إن شاء الله لذلك بالتفصيل في باب الحضارة العربية الإسلامية وأعلام الرياضيات عند المسلمين وكذلك عند دراستنا لتطور علم الجبر وعلم الهندسة ومجهودات أعلام الرياضيات المسلمين من القرن السادس عشر وحتى الآن .

١-٤/ الرياضيات والحضارة :

لقد كان من الطبيعي أن تواكب نشأة الرياضيات بدء الخليقة منذ الانسان الأول وتطور معه تطورا كبيرا فمحتوى الرياضيات متغير ويخضع لتأثيرات وقوى ثقافية شأنه في ذلك شأن العلوم الآخرى وعليه فإن الارتباط بين الرياضيات والتطور الحضاري هو ارتباط قديم و . . . كبير . . . وواضح .

ووضوح هذا الارتباط يظهر للقارىء بمقارنة لذلك الانسان الأول الذي كان يعيش في بساطة لا تتجاوز معارف العد والأعداد بمن يعيش بيننا في هذا القرن وما قدمته له الرياضيات باعتبارها الأساس الأول لتقدم العلوم . هذا

التقدم الهائل في عالمنا المعاصر .

فكل يوم يخرج الى الوجود فيض غزير من المعرفة كنتيجة لثورة ليس لها حدود في البحث العلمي كما تظهر آفاق تقنية جديدة تؤثر في حياتنا حتى إننا أصبحنا ننتظر كل يوم أنباء علمية جديدة وانجازات تقنية تفوق الفكر . ولا شك بل بالتأكيدفإن الفضل الأول في ذلك للرياضيات وأثرها فيما نشهده من ثورة علمية ، فالوصول الى القمر و الطاقة النووية والصواريخ والأقمار الصناعية وسفن الفضاء والطيران والحاسبات الالكترونية وغيرها من اكتشافات أهم كثيرا أو أقل أهمية كلها مظاهر تقدمية اعتمد فيها العلم على ما وصلت إليه الرياضيات في قرننا العشرين . وفي ظل هذا الارتباط القوي بين الرياضيات والتقدم الحضاري لا نستطيع أن نتكهن بالكم الهائل من الاكتشافات التي سيسفر عنها القرن القادم .

ولكننا كرياضيين ندعو الله أن يستثمر الانسان تقدم الحضارة والعلم لرفاهيته وسعادته بدلا من دماره والقضاء على عالمه ولمزيد من التقدم عبر مجالات الحياة المختلفة وبعيداً عن تقنيات الخراب والحروب .

البـــــاب الثاني

٢ / عرض تاريخي لتطور الرياضيات

٢-١/ عصر الطفولة

٢-٢ / عصر الحضارة الشرقية الأولى

٢-٢-١/ المدرسة المصرية القديمة

٢-٢-٢ / المدرسة الاكادية-السومرية-البابلية .

٢-٢-٣ / المدرسه الصينية .

٢-٣ / عصر الحضارة الغربية الأولى :

٢-٣-١/ المدرسة الايونية .

٢-٣-٢ / المدرسة الفيثاغورثية

٢-٣-٣ / المدرسة السفسطائية

٢-٣-٤ / المدرسة الأفلاطونية

٢-٣-٥ / مدرسة الاسكندرية

٢-٤/ عصر الحضارة الشرقية الثانية

٢-٤-١/ المدرسة الاسلامية

٢-٥/ عصر الحضارة الغربية الثانية (احياء العلوم)

٢-٦/ عصر الفكر الحديث

٢ / عرض تاريخي لتطور الرياضيات

قبل أن نبدأ سردنا التاريخي للرياضيات وقبل أن نمر بالعصور المختلفة التي مرت بها ، لا بد أن يقفز الى أذهاننا سؤال ملح وهام .

لماذا نؤرخ؟ أو بعبارة أخرى ما هي الرياضيات التي نؤرخ لها ؟الاجابة هي أن الرياضيات علم مجرد ذو طابع استنتاجي تبني بالبرهان انطلاقا من عدد من المسلمات الرياضية وهي علم رائد خادم فهي أساس لكثير من فروع العلم والمعرفة أي أن هناك الكثير من العلوم التي لا تستطيع أن تحقق أي تقدم دون الرياضيات .

يقول هوجين «إن الرياضيات هي مرآة حضارة الأمم فتقدمها تقدم للحضارة وكلما نمت الثقافة الرياضية وزاد الوعي الرياضي تولد لدى البشر إحساس يساعدهم على تفسير ما يحيط بهم من ظواهر وإحصائيات وأرقام وفي النهاية يصل بأمتهم لحضارة ومدنية أكثر» .

إن ما يدين به العلم الحديث للرياضيات وعلمائها ليس فيما قدمه هؤلاء العلماء من اكتشافات مذهلة لنظريات مبتكرة فحسب بل يدين العلم الحديث للرياضيات بأكثر من هذا ، إنه يدين لها بوجوده نفسه كأسلوب للبحث .

وفي معرض تقسيمنا للعصور الرياضية نود أن نوضح أن هذا التقسيم ما هو الا تصور نعتقد أنه يربط بين تفاعل الفكر العلمي والفكر الاجتماعي في كل مرحلة من مراحل تطور الانسانية ونؤكد أن هناك الكثير من التقسيمات الأخرى التي نحترمها ونقدر آراء أصحابها وأساليب ودعائم هذه التقسيمات على أننا ننوه الى أن تقسيماتنا للعصور الرياضية لا تعني استقلالية هذه العصور لكنها في

الغالب متداخلة ومترابطة يصعب الفصل التام بينها فإذا كانت الرياضيات هي سلسلة مترابطة من الاكتشافات والمعارف فإن تاريخها أيضا لا بد أن يكون سلسلة أخرى مترابطة كل عصر فيه يقود للعصر الآخر .

والعصور الرياضية الستة التي سوف نتناولها بالتفاصيل هنا هي الموضحة في الجدول رقم (١) .

تقسيم لمراحل تطور الرياضيات عبر العصور

	العصر	الحضاره الرئيسية	الحقبه الزمنيه
أولاً	عصر الطفولة	العصور القديمة	قبل ٦٠٠٠ سنة قبل الميلاد
ثانياً	عصر الحضارة الشرقية الأولى	حضارة المصريين القدماء	٥٧٠٠ ق.م الى ٦٠٠ ق.م
ثالثاً	عصر الحضارة الغربية الأولى	حضارة الاغريق	٦٠٠ ق.م إلى ٤٠٠ م
رابعاً	عصر الحضارة الشرقية الثانية	الحضارة الاسلامية	٤٠٠ م إلى ١٢٠٠ م
خامساً	عصر الحضارة الغربية الثانية	احياء العلوم	١٢٠٠ م إلى ١٦٠٠ م
سادساً	العصر الحديث	القرنان التاسع عشر والعشرون	١٦٠٠ مـ وحتى الآن

جدول رقم (١)

٢-١ عصر الطفولة

حتى ٥٧٠٠ ق .م

تعد فكرة العد من التصورات الرئيسية في بداية علم الرياضيات وقد خطرت للأولين في أشكال بسيطة . ولكن كيف كان هذا الخاطر؟ لابد لنا أن نفكر ونخمن فإن الانسان الأول هو الذي خرج بفكرة الوحدانية وحدانية الرب والعالم والنفس وعليه فقد خطرت فكرة الوحدانية للانسان مبكرا ولكننا أيضا نستطيع أن نستنتج أن فكرة الازدواجية (الثنائية) ، قد خطرت أيضا للانسان في زمن مبكر فالثنائية ظاهرة واضحة في الطبيعة منذ الخليقة الأولى فبعد آدم كانت حواء وكونا زوجين ولا شك ان اليدين والقدمين والعينين والأذنين ظواهر لابد أن تكون قد اجتذبت ملاحظة الانسان إضافة الى الظواهر الطبيعية الثنائية كالحرارة والبرودة والكبر والصغر والسرور والحزن والشروق والغروب الى ما شاكل ذلك من ظواهر ثنائية تؤكد فكرة الثنائية .

ونستطيع الآن الانتقال الى مجموعات أخرى أكبر عددا ، لكنها بالطبع كانت أقل شيوعا فالأب والأم والطفل يمثل ثالوثا ، والشخص الذي يقف في سهل ما يستطيع أن يتبين أن حوله أربع جهات (الرباعية) ، وأنه يستطيع وبسهولة تامة أن يعبر بلغته مهما كانت عن الجهات الأربع التي انكشفت له (أمام – وراء – يمين – شمال) فإذا أضاف لهم جهة خامسة هي مركز وقوفه ينشأ تصور الخمسية ثم بإضافة السماء والارض تنشأ تصور الستية والسبعية لكن بلا شك أن أصابع اليد أو القدم هي أقوى التصورات للخمسية وباستطاعته أن يعد عليها أشياء خمسية ثم من الطبيعي أن تظهر مجموعات أكبر وأكبر كالعشرة والعشرين والمائة (عشر عشرات) ولكنها بالطبع كانت أكثر صعوبة في

إدراكها . ونعتقد أن هذا الإدراك كان متأخرا بعض الشيئ عن إدراك المجموعات الصغيرة ومهما كان وقت هذا الإدراك وزمنه فإننا نعتقد أن هذه المجموعات قد ظهرت للأنسان كقضية مسلم بها ولم يعرها أي تفكير . عموما كانت هذه المجموعات هي البذور الأولى لعلم الحساب الذي تقدم تقدما كبيرا جاء أغلب الظن كنتاج لأن الناس لم يستطيعوا أن يقصروا حياتهم علي تلك المجموعات الصغيرة المألوفة بل اضطروا وفي مرحلة مبكرة أن يحصوا الأشياء بأعداد كبيرة فعندما زادت أعداد البشر وأصبحت تعيش متعاونه في مجموعات (قبائل) كان على رئيس القبيلة أن يحصى مواره ويحصى أعداد رجاله و يحصى أعداد نسائه و يحصي خيله و يحصي أغنامه .

وكان يقوم بذلك عن طريق فكرة رياضية حديثة جدا هي فكرة التناظر الأحادي حيث كان يستخدم كيسا مملوءاً بالحصى بقدر ما لديه من أغنام مقابل كل واحدة منها حصوة بالكيس حتى اذا عادت كل الأغنام في آخر اليوم فانه يخرج من كيس الحصى واحدة مقابل كل واحدة من أغنامه فإذا بقيت حصوة كان ذلك يعني له بكل أسف أن إحدى أغنامه قد فقدت ، وهكذا . . .

ونأتي الآن الى هذه المجموعات الكبيرة وكيف تم إحصاؤها أو عدها إن القائم بعملية الاحصاء أو العد في العصور الأولى كان يقوم بتقسيم العيدان الى مجموعات ثم يقوم بتحزيم كل مجموعة من العيدان أو تقسيم الحصى الى مجموعات متساوية وجمع كل مجموعة على حدة وأغلب الظن أن التقسيم الى مجموعات سواء كان بالعيدان أو الحصى هو أساس العد وهو يكشف عن ما يسميه الرياضيون أنظمه العد وعدد العيدان في المجموعة كان في الغالب خمسة أو عشرة أو عشرين ولكن على الوجه الأعم كان عشرة وهو النظام الأكثر

شيوعا من غيره فالشخص غالبا ما يستخدم في العد أصابع يده فيكون النظام خماسيا واذا استخدم اليدين يكون نظام العد عشريا وهكذا .

على أن هذا كله مجرد تصورات ليس لدينا ما يؤكدها أو يدعمها فلا نملك ما نرجع اليه لترجيح رأي على آخر في تناول الرياضيات وتطورها خلال تلك الفترة وكيف يكون لنا ذلك وهي ترجع لحوالى (٦) آلاف سنة قبل الميلاد ، إن أول المراجع الرياضية التي عرفها العالم ترجع ل ٣٥٠٠ سنه قبل الميلاد وهي من عصر الحضارة الشرقية الأولى الذي سننتقل للحديث عنه الآن .

٢/ ٢ عصر الحضارة الشرقية الأولى :

(من ٥٧٠٠ ق .م .حتى ٦٠٠ ق .م)

في هذا العصر كانت البداية الحقيقية للرياضيات والاكتشافات الرياضية فمدارس هذا العصر الثلاث المقترحة هي في الحقيقة من المدارس التي لها الكثير من الانتاج الرياضي الذي اذا أضيف الى انتاج عصر الحضارة الذي يليه كون معه أساس قويا لعلم الرياضيات .

ولقد كان من الطبيعي بعد عصر الطفولة الرياضية أن تنشأ التجمعات البشرية بجانب مجاري المياه أي حول الأنهار لحاجتهم اليها كأساس لحياتهم فنرى في هذه الحضارة تجمع المصريين القدماء حول نهر النيل والأكاديين والسومريين والبابليين والأشوريين حول نهري دجلة والفرات ، ثم الصينيين حول نهر الصين ، لذا فاننا نجد أن عصر الحضارة الشرقية الأولى هو في الحقيقة نتاج لثلاث حضارات هي بالترتيب التاريخي حضارة المصريين القدماء وحضارة البابليين والاشوريين وحضارة الصين .

٢-٢-١/ المدرسة المصرية القديمة

(٣٥٠٠ق .م .)

وفيها ظهر الأساس الأول لبداية علم الرياضيات حيث وضعوا رموزا للأعداد واختاروا أساسا للتجميع وهو العدد (١٠) ولكنهم لم يصلوا الى استخدام القيمة الموضعية للأرقام وبذلك لم يكن لديهم نظام للتسجيل .

ويتضح من ذلك أن المصريين القدماء لم يصلوا الى نظام عددي (بمفهومه وتعريفه الرياضي الذي سيرد توضيحه) ولكنهم بلا شك استخدموا رموزاً لأعدادهم واستطاعوا إجراء العمليات الحسابية المختلفة من خلالها كما استطاعوا تفهم الكسور وكتابة رموز لها وحسبوا قيمة (ط) وكان لهم خبرة هندسية طويلة أيضا وتعاملوا مع المشاكل الجبريه ويؤكد ذلك الكثير من المراجع عن المصريين القدماء والتي يرجع أقدمها الى سنه ٣٤٠٠ قبل الميلاد وسوف نعرض بالتفصيل لجهود المصريين القدماء المختلفة وانتاجهم في الفروع الرياضية المتنوعة وذلك من خلال عرضنا للتطور التاريخي للاكتشافات في الفروع الرياضية المختلفة فيما سيأتي لاحقا .

وإنتاج المصريين القدماء في الرياضيات كثير ومتنوع تضمه الكثير من المراجع التي مازالت محفوظة في حالة جيدة على شكل برديات يبلغ عددها على وجه التقريب (٦٥٠) بردية في مختلف فروع العلم والحياة ولعل من أشهرها في مجال الرياضيات بردية أحمس الشهيرة ببردية (رانيد) والموجودة حاليا في المتحف العلمي بموسكووهي مكتوبه على ورق البردي باللغة المصرية القديمه ويبلغ طولها حوالي ٥٤٤ سم وعرضها حوالي ٣٣سم وهي تحتوي على العديد من المسائل الرياضية في العمليات الأساسية والمعادلات الجبرية والمتواليات العددية والهندسية ويقودنا الحديث عن البرديات التي حفظت الاكتشافات الرياضية للمصريين القدماء الى أن نؤكد على أن اختراع المصريين القدماء للكتابة قد لعب دورا كبيرا في إحياء العلوم الرياضية بصرف النظر عن الجدل الكبير القائل بأن اختراع الكتابة يرجع الى المصريين القدماء أو سبقهم الى ذلك المتزامنون معهم من السومريين أو الصينيين ، لكن اختراع الكتابة ما

كان يبلغ قيمته الاباختراع آخر لا يقل عنه أهمية وهو اكتشاف مادة صالحة للاستخدام في الكتابة سهلة التناول والحصول عليها . وقد كانت الكتابة تنقش على الأحجار حتى اكتشف المصريون القدماء أوراق البردي من لب سيقان نبات البردي الذي كان يكثر تواجده في مستنقعات الدلتا وكانت صناعته كورق سهلة للغاية وقد ساعد هذا الورق على تدوين الكثير من المشكلات الرياضية وحل المسائل المختلفة التي ظلت سليمة حتى الآن كمراجع رياضية يسهل تناولها وترجمتها .

٢- ٢-٢ / المدرسة الاكادية - السومرية - البابلية :

(٢٣٠٠ ق .م)

أيضا كان لهذه المدرسة مجهوداتها واكتشافاتها الرياضية الكثيرة فقد نجحوا نجاحا كبيرا في تناولهم لعلمي الرياضيات والفلك واعتمدوا النظام الستيني في العمليات الحسابية ويحسب لهم أنهم أول من تحول عن النظام العشري في الترقيم ، كما أنهم برعوا في الهندسة وأثنى عليهم الاغريق في ذلك وأكدوا أنهم استفادوا من خبرة البابليين في المساحات والمقاييس ويرجع أقدم مرجع رياضي لحضارة دجلة والفرات الى سنة ٢٣٠٠ قبل الميلاد حيث ترك البابليون مراجع هي عبارة عن الواح رياضية ويبلغ عدد الالواح التي تم حلها حتي الآن حوالي ٦٠ لوحا بالإضافة الى مائتي لوح تحتوي على جداول رياضية ولكن ما نريد أن نوضحة أن معظم هذه الألواح لا نستطيع تحديد زمنها بدقة فقد جاءت معظمها من حفائر غير مشروعة كما أن تسجيل المسائل والانتاج الرياضي على ألواح من طين لا يشجع على كتابة حل المسائل أو الأفكار الرياضية المطوله على حين شجعت أوراق البردي المصريين القدماءعلى هذا العمل

تمـامـا فـضـلا عن هذا فـان كـثـيـر مـن هذه الألواح قـد تـعـرضـن للـكسـر قطعـا وأجزاءا .

على كل حـال فـان الالواح التي خلفـهـا السـومـريون تحتوي على جـمـيع أنواع الجداول العددية مثل جدول الضرب وجداول تربيع وتكعيب وهي تصلح أيضا لتعيين الجذور التربيعية والجذور التكعيبية وسنعود كـما قلنا سابقـا لمزيد من التفاصيل في معالجة الموضوعات الرياضية .

٢-٢-٣/ المدرسة الصينية :

(١١٠٠ ق.م)

لقد كان للصينيين في فترة الحضارة هذه الكثير من الاكتشافات الرياضية وأقدم مـرجع رياضي لهـم يعـود الى سنه ١١٠٠ قـبل المـيـلاد ، وقـد عـرف الصـينيـون مـعنى الرقـم وأمكنهـم وضـع رمـوزا للأعـداد ثم أسـاس لتجـمـيعـهـا ويعـتـقـد أنهـم أتخذوا العـشرة كـأساس للتجـميع ، وإذا كـان الفضل يرجع للعـرب والهنود في التمهـيد لاكتشاف الارقام التي نستخدمها اليوم حيث كان لهم السبق في وضع الأسـاس لنظام تسـجيل الأعـداد والذي يهـتم بالمـنازل وقـيـمـة الرقـم في المنزلة فاننا نجد الرأي الذي يدفعنا الى الاعتقاد بأن الصينيين هم أول من عرف النظام العـددي بتـعـريفـه الرياضي الـدقـيق حـيث أوضـحنا أنهـم عـرفـوا رمـوزا للأعـداد وأساساً للتجميع ثم نظاما للتسجيل .

ولكننا لا نستطيع تأكيد أن عصر الحضارة الشرقية الأولى لم يشـمل سوى تلك المـدارس الثلاث (المـصريـون القدمـاء- البـابليـون - الصـينيـون) إذ كـان هناك نشـاط ملحـوظ للهنود ولـكن الوثائق والمـراجع كـانت قليلة بـل نادرة فلم يكن

هناك تأكيدا على نشاط الهنود الرياضي خلال تلك الفترة الا من خلال بعض الألواح التي اشتملت على تعاليم البوذية حيث ورد الى جانبها بعض من الرموز العددية وترجع هذه الألواح الى عهد الحاكم المتشدد أسوكا ولا أدل على نشاط الهنود الرياضي في هذه الفتره من إعتراف المؤرخين بأن الهنود قد ظلموا كثيرا نتيجه لعدم وجود المراجع والوثائق التي تثبت أنهم لحقوا بهذا العصر ولكننا في العصور القادمة سوف نستعرض كثيرا من نشاط الهنود في الرياضيات وسنقف على مجهوداتهم خلال تلك العصور .

٢-٣/ عصر الحضارة الغربية الأولى :

(٦٠٠ ق .م الى ٤٠٠م)

يعتبر المؤرخون هذا العصر هو عصر النهضة الفعلية الأكيدة للرياضيات كعلم وفناً ولسنا نقصد بهذا أن الرياضيات في عصر الحضارة الشرقية لم تكن بالعلم والفن ولكنها في هذا العصر شبت وترعرعت وازدهرت وأينعت وتبوأت مكانتها المرموقة وبدأ إحساس البشر بأهمية تناول الرياضيات كرياضيات بحثا ودراسة وتحليلا واستنتاجا ، ثم أسساً وبديهيات ومسلمات وتعاريف وقوانين ونظريات .

بالطبع لم يأت الاغريقيون بفنونهم الرياضية من فراغ كما بدأ المصريون القدماء ولكن كان للإتصال التجاري بينهم وبين المصريين القدماء أثر كبير على نهضة الرياضيات على أيديهم ، فقد كان هذا الاتصال سببا في أن ينهل الاغريق من معارف الكهنة المصريين في كل فروع العلم والمعرفة ومنها الرياضيات فكان للاكتشافات الرياضية عند المصريين القدماء فضل كبيرعلى

الفكر الاغريقي حيث نبهته ووجهته وأعطته الاساس كي يبني عليه ، ومن الروايات التاريخية أن فيثاغورث مؤسس المدرسة الفيثاغورثية وهي احدى المدارس الرياضيه الخمس التي تعتبر من دعامات هذا العصر انتقل الى مصر وأقام بها ما لايقل عن اثنى عشر عاما درس فيها الفلك والرياضيات وأيضا انتقل الى بابل وعاش بها مدة مماثلة وأيا كان صحه الرواية أو خطؤهافلا شك أن الاغريق قد استفادوا من العلوم الرياضيه الذي خلفها المصريون القدماء والبابليون .

وعموما فان الاغريق هم أصحاب اليد العليا في اكتشاف وتنظيم الهندسة كعلم الى جانب اهتمامهم بالاعداد ونظرياتها حيث ظهرت أولى بشائر علم الهندسة في القرن السادس قبل الميلاد عند ظهور المدرسة الايونية التي أنشأها طاليس . وإن شاء الله سنتعرض لذلك بالتفصيل عند عرضنا لتطور علم الهندسة .

والآن ننتقل الى الحديث عن المدارس الخمس التي تعد هي الروافد الفعالة للنهضة الرياضية في هذا العصر عصر الحضارة الغربية الأولى .

٢-٣-١/ المدرسة الايونيه :

(٦٤٠ق .م)

أنشأ هذه المدرسة الحكيم طاليس وهو أحد الحكماء السبعة لليونان وولد في فينيقيا نحو ٦٤٠ ق .م وبعد طاليس من الفلاسفة اليونانيين ذوي الاهتمام الكبير بالهندسة والفلك بصورة خاصة وقد كان لهذه المدرسة الفضل في إدخال الهندسة الى بلاد الاغريق نقلا عن قدماء مصر واظهارها في تعبيرات صريحة مجردة خاضعة للبرهان وتعد هذه المدرسة أحد الاركان التي أسست

الحضارة الرياضية في هذا العصر كما يعد طاليس مؤسس هذه المدرسة أول الرياضيين والفلكيين اليونانيين وتذكر الروايات التاريخية أنه أول من تنبأ بكسوف الشمس ومهما كان صدق الروايات التاريخية عن الفلك من كذبها فإن إكتشافاته الرياضية كثيرة ومتميزه ومعظمها يميل لفرع الهندسة فهو أول من استطاع قياس إرتفاع بناء حيث تمكن من قياس إرتفاع أهرامات مصر الثلاثه بطريقة الظل التي كان أول من استخدمها .

وفي ذلك يقول جورج سارتون في كتابه (تاريخ) العلم – الجزء الأول :-

«كان طاليس أول الرياضين اليونانيين كما كان أول الفلكيين وتعلم في مصر ولم يقتصر على تعلم دورة الكسوف المتعاقبه فحسب بل تعلم أيضا طائفه من الحقائق الهندسية . وبفضل الروح العملية التي تشبع بها تعلم طاليس الحقائق ونسى الشعوذات العلمية ثم حاول الاستفادة من هذه الحقائق في حل بعض المشكلات ومنها قياس إرتفاع بناء أو بعد سفينه عن الشاطيء ولسنا ندري بالضبط كيف حل هذه المشكلات لأن ثمه حلولاً متعدده ممكنه يتطلب كل منها الموازنه بين المثلثات المتشابهه ، ومما هو أجدر بالتسجيل أن طاليس لم يقف عند هذا الحد بل أراد بما عنده من إنتباه عقلي وعملي على السواء أن يفسر حلوله مما أفضى به الى الكشف عن مباديء هندسية بل عن علم الهندسه » . وعند دراستنا لتطور الهندسة سوف نورد كثيرا من جهود المدرسة الايونيه في هذا الفرع من الرياضيات .

٢-٣-٢/ المدرسة الفيثاغورثية :

(٥٢٠ ق .م .)

أنشأ هذه المدرسة في جنوب ايطاليا العالم الرياضي الشهير فيثاغورث ،

ويحكي المؤرخون عن السبب الرئيسي في إنشاء هذه المدرسة أن الفيثاغورثيين اعتقدوا في نوع جديد من القداسة يحتاج بلوغه الى رياضيات روحية من الزهد وامتناع عن المحرمات فكونوا أسره من النساء والرجال تعتنق هذا المذهب سميت بالمدرسة الفيثاغورثية ومن تعاليمها أن أعضاءها يرتبطوا بها مدى حياتهم ويمنع عليهم اذاعة أي عقائد لها وحتى اكتشافاتها وانتاجها الرياضي لا يحق لأي منهم أن يذيع عنه شيئا وينسب كل إكتشاف إلى مؤسس مذهبهم وأستاذهم الأول فيثاغورث . وقد التقى فيثاغورث مع طاليس مؤسس المدرسة الأيونية قبل أن ينتقل الى مصر ليعيش فيها كما سبق وأن ذكرنا ، وقد ترك فيثاغورث الصوفية الى الرياضيات في شبابه ولكنه في شيخوخته عاد الى الصوفية مرة أخرى شأنه في ذلك شأن الكثير من علماء الرياضيات .

أما اكتشافاته الرياضية فهي كثيرة ومتنوعة فمن العد والأعداد وخواص بعض الأعداد الى الاكتشافات الهندسية المذهلة والنظريات المتنوعة وعلى الأخص ما يخص منها المثلثات عامه والمثلث القائم الزاوية خاصه ونظرية فيثاغورث الشهيرة ، وهو أول من برهن على أن مجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين . وهي النظرية التي أوردها طاليس دون برهان وهنا يتساءل البعض عن ممارسات الفيثاغورثيين للأعداد واكتشافاتهم هل كانوا على علم برموز الأعداد؟؟ وللاجابة عن هذا السؤال يقول رائد تاريخ العلم جورج سارتون في كتابه تاريخ العلم الجزء الأول«قام حساب فيثاغورث على أساس استعمال النقاط المرسومة في الرمل أو الحصيات التي يمكن تجميعها بسهولة في مجموعات مختلفة ثم استطاع اجراء تجارب حسابية كثيرة تتصل بعدد الحصى الذي يملأ سطحا معينا » ثم يستطرد بعد ذلك فيقول «لقد تحدثنا عن

الحصى لأن فيثاغورث لم يستعمل الأعداد كما نفعل الآن والأرجح أن الأعداد الحرفية لم تكن تستخدم في زمن فيثاغورث . ولو فرضنا أن فيثاغورث قد استخدم الأعداد فانه على الأرجح قد استعمل الرموز العددية التي إستعملها المصريون القدماء » .

على أن الفيثاغورثيين أيضا قد اهتموا بموضوع النسبة والتناسب واكتشفوا الأعداد وكانوا أول من طبق الهندسة في الميكانيكا ، وكذلك فإن المؤرخين ينسبون الى فيثاغورث وضع العلامات الرياضية التي تحسب الأصوات الموسيقية والجدير بالذكر أيضا أن فيثاغورث هو أول من أكتشف كروية الأرض ودورانهافقد كان له الكثير من الاكتشافات الفلكية والجغرافية .

٢-٣-٣/ المدرسة السفسطائية :

(٤٦٠ ق .م)

بعد انتشار المبادىء الفيثاغورثية ونجاحها ظهرت مدرسة جديدة عرفت باسم المدرسة السفسطائية نسبة لمعلميها من السفسطائيين أي الحكماء وواكب ظهور هذه المدرسة تحرر بلاد الاغريق حيث أصبحت أثينا مركزا رئيسيا للتجارة والعلم فزيادة التبادل التجاري بين البلدان هي مما لا شك فيه فرصة كبيرة للاحتكاك العلمي وتناقل المعرفة بين هذه الدول وانعكس ذلك على الاكتشافات الجديدة في الرياضيات مما مهد لظهور مدارس جديدة لتكمل مسيرة الفيثاغورثيين فكان ظهور المدرسة السفسطائية التي اهتمت الى جانب الفلسفة والمنطق بالهندسة والفلك ومن خلال هذه المدرسة ظهر الكثير من علماء الرياضيات المشهورين وتميز إنتاجهم الغزير بالميل الى الهندسة أو

بمعالجة المشكلات الرياضية عامة بالأسلوب الهندسي ونجحت محاولاتهم في حل مشكلات رياضية ثلاث شغلت أذهانهم بشكل رئيسي في هذه الفترة وأولها هو المشكلة الناتجة عن ضغط ديني في محاولة لتضعيف حجم أحد المعابد وكان على شكل مكعب وبتحديد رياضي فان مشكلتهم كانت ايجاد طول ضلع مكعب حجمه يساوي ضعف حجم مكعب آخر وهذا قادهم الى محاولة الحصول على قيمة الجذر التكعيبي للعدد (٢) بأسلوب هندسي وفعلا نجحوا في الوصول الى هدفهم أما ثانية هذه المشاكل فهي ايجاد طول ضلع مربع مساحته تساوي مساحة دائرة ما وثالثة هذه المشاكل هي تثليث زاوية معلومة أي تقسيم الزاوية الى ثلاثة أقسام متساوية بواسطة مسطرة غير مدرجة وفرجار .

وعلماء هذه الفترة كثيرون ومن أشهرهم ديموقريطس (٤٦٠ - ٣٧٠ق .م) وقد كان له الكثير من الاكتشافات الهندسية في الدائرة والكرة واستطاع حساب حجم الهرم والمخروط من حجم المنشور والاسطوانه لكن ديموقريطس لم يقدم برهانا هندسيا لذلك فقدمه من بعده العالم ايدوكصص الذي يؤكد بعض المؤرخين على أنه سابق لإقليدس في الكثير من الموضوعات التي تناولها إقليدس في كتابه الأصول حيث يرجع الى ايدوكصص اكتشاف أن النسبة بين دائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما وبعض النظريات الأخرى في الدائرة كما يرجع له الفضل في اكتشاف القطعة الدائرية وحساب مساحتها .

ويقول جورج سارتون في كتابه تاريخ العلم عن أبقراط (وهو أحد علماء هذه المدرسة) «هو أعظم الرياضيين في القرن الخامس قبل الميلاد وهو أبقراط الخيوسي ويختلف تماما عن عالم الطب أبقراط الكوسي المعاصر له وقد

اشترك أبقراط الخيوسي في حل المشكلات الرياضية الرئيسية الثلاث التي اهتم بها السفسطائيون والتي سبق الحديث عنها ويقول في فقرة أخرى أيضا «إن أبقراط هو أول رياضي حسب علمنا استعمل الحروف الأبجدية في الأشكال الهندسية فجعل وصف هذه الاشكال بغير غموض أمرا ممكنا . ولسنا نستغرب حين نجد أن استعمال الحروف عند أبقراط لم يكن واضحا يسيرا كما كان عند اقليدس غير أنها كانت بداية هامة كل الأهمية ولعلها كانت ضرورية لتقدم العلم بعدئذ» .

كذلك كان في هذه المدرسة الكثير من العلماء من أمثال هيبياس الايليسي وزينو الأيلي وسنعرض لأعمالهم خلال عروضنا القادمة للاكتشافات الرياضية في فروع الرياضيات المختلفة .

٢-٣-٤/ المدرسة الافلاطونيه :

(٤٠٠ ق .م)

تنسب هذه المدرسة الى العالم والفيلسوف المتحمس الشهير أفلاطون الذي ولد بأثينا ٤٢٨ ق .م من أ ب و أم من النبلاء الارستقراطيين فتلقي تعليما راقيا حيث التقي بسقراط وتتلمذ على يديه وقد كانت ظروفه الخاصة والظروف السياسية المحيطة به سببا في تنقله في بعض البلاد لكن عندما عاد الى أثينا شعر برغبة شديدة في مزاولة مهنة التعليم ولم يشأ أن يقوم بالتدريس في الشوارع والأسواق كما فعل سقراط لكنه فضل بناء مدرسة ليقوم بالتدريس فيها وفعلا عرض على أحد أصدقائه الفكرة وهو البطل أكاديموس والذي تحمس بدوره للفكرة وأهداه قطعة أرض عند الباب الغربي لأثينا ليحقق من

خلالها طموحه وعندما تم بناء المدرسة أطلق عليها أفلاطون الأكاديمية نسبة الى صديقه صاحب الأرض أكاديموس ولعل كلمة أكاديمية تنتشر الآن من خلال جميع لغات العالم تقريبا وتطلق على الهيكل التعليمي في المؤسسة التعليمية .

ويؤكد علماء التاريخ أن إنشاء مبنى المدرسة لم يكن بدعة ابتدعها أفلاطون لكن كان هناك العديد من المدارس في مصر وبابل وكريت قبل أن يبني أفلاطون أكاديميته .

ولعل موقف أفلاطون من دراسة الرياضيات واهتمامه بها واضح كل الوضوح في بيانه حيث يقول «من المناسب أن ينص في قوانيننا على وجوب دراسة هذا العلم ويقصد الرياضيات . ويجب على كل من يتولى مناصب الدولة العليا أن يكون من دارسي الحساب بل ومن المتمكنين فيه وعليه أن يواصل دراسته للرياضيات » .

والآن هل هناك حماس للرياضيات أقوى وأشد من حماس هذا الفيلسوف العالم الذي ينادي بأن يتحتم على من يتولون أمور الحكم دراسة الرياضيات لقد ذهب أفلاطون في ذلك الى أبعد الحدود بمحاولته منع غير الرياضيين من دخول أكاديميته حيث نقش على مدخلها عبارته الشهيرة «من لم يكن رياضيا فلا يدخل هاهنا» .

وقد استطاع أفلاطون أن يجذب الطلاب الى دراسة الرياضيات بربطها بالمنطق والفلسفه وهي الدراسات التي كانت محببة جدا للاغريق جميعا في هذا الوقت مما دفعهم بذلك الارتباط الى الاقبال على دراسة الرياضيات والتعمق فيها .

ولنعرض الآن لإضافات أفلاطون في المعرفة الرياضية ، لقد كانت اضافاته من نوع فلسفي حيث هذب الكثير من التعاريف وزاد ضبط الأصول منطقيا وجعلت الأكاديمية للمناقشات الرياضية شأنا كبيرا فأثرت بذلك فروع الرياضيات وازدادت دقتها وقوتها ولا ينسب كل هذا العمل الى كبير أساتذة الاكاديمية فقط بل هو عمل جماعي لكل من عمل بها .

ويقول جورج سارتون : «اذا لم يكن أفلاطون هو مخترع التحليل الهندسي حيث أن مخترعه على الأرجح هو أبقراط الخيوسي من علماء المدرسة السفسطائية كما سبق ذكر ذلك فان أفلاطون قد هذب هذا التحليل وشرحه بوضوح أكثر وهو أيضا من أدرك الحاجة لاكمال التحليل بالتركيب الرياضي » وسوف نعرض لمثال عن التحليل الهندسي وكيفية تناول أفلاطون وتوضيحه لهذا التحليل خلال دراستنا لتطور علم الهندسة .

وخلاصة القول أن أفلاطون لم يكن بالرياضي المتميز المحترف لكن بلا شك كان له أثراً عظيم على المسيرة الرياضية بأكملها ويعبر العالم الرياضي بروكلوس (عاش في النصف الثاني من القرن الخامس الميلادي) عن ذلك في تعليقه على الجزء الأول من كتاب إقليدس « لقد كان من نتائج تحمس أفلاطون للرياضيات والهندسة أن تقدمت الرياضيات عامة والهندسة خاصة تقدما عظيما . ويبدو هذا التحمس فيما يملأ كتبه من ايضاحات رياضية وفي دأبه على إثارة الإعجاب بالرياضيات والهندسة في نفوس دارسي الفلسفة » .

وقد ظلت أكاديمية أفلاطون على مر الأجيال مهدا لرياضيين عظماء درسوا وتألقوا على يد خلفاء أفلاطون الذين تعهدهم وشجعهم ونذكر من هؤلاء الخلفاء تياتينوس وليدكليدس وليون ثم العالم الرياضي العظيم يود كصص

صاحب الحلول للكثير من المشاكل الرياضية وسيناخص مكتشف القطوع المخروطية أما أرسطو فلم يكن بالرياضي المحترف لكنه كان مولعا بالتوضيحات الرياضية فهو أول من ميز بين البديهية والمسلمة فعرف :

البديهية : بأنها فكرة عامة مشتركة في كل العلوم أو فروع تلك العلوم .

المسلمة : تتعلق بموضوع خاص ويصوغها العالم الرياضي لغرض في نفسه .

وهو بذلك يكون قد أهدى لكل باحث في فروع الرياضيات قديما وحديثا كيفية البدء وكيفية الصياغة لما يكتبه من موضوعات وابحاث رياضية .

٢-٣-٥/ مدرسة الاسكندرية :

(٣٠٠ق .م)

في عام ٣٣٨ ق .م ظهر الاسكندر الاكبر وحاول تشييد إمبراطوريته العظيمة فبنى الاسكندرية أمثل المدن واجمل ثغور البحر الابيض المتوسط لكن امبراطورية الاسكندر الاكبر مالبثت ان تقسمت الى اجزاء في يوم وليلة فكانت مصر من نصيب بطليموس سوتر الذي جعل من الاسكندرية عاصمة له وحاول بكل الاغراءات والوعود . أن يجعلها مدينة العلم والمعرفة فبني اشهر جامعات العالم واقدمها وهي جامعة الاسكندرية كما أنشأ أول وأعظم مكتبة في التاريخ وهي مكتبة الاسكندرية وأنشأ بها المعامل ومختبرات البحث واستقطب للجامعة اعظم واشهر علماء العالم وكان من الطبيعي ان يكون اكثرهم او جميعهم على الارجح من الاغريق ودعى فيمن دعى من علماء اشهر علماء الهندسة قاطبة وإمامها وواضع أسسها العالم الاغريقي العظيم

اقليدس اول العمالقة فقد وصف مؤرخو الرياضيات ثلاثة من علماء مدرسة الاسكندرية بالعمالقة الثلاثة أولهم إقليدس وثانيهم أرخميدس وثالث العمالقة هو أبولونيوس ذلك بالرغم من ان هذه المدرسة كانت كلها من صفوه العلماء الذين لهم من الاكتشافات الرياضية ما يضعهم في مصاف العمالقة الثلاثة لكن أعمال إقليدس وأرخميدس وأبولونيوس كانت غزارتها سببا في ان تضعهم في مقدمة هؤلاء العلماء فاقليدس هذا العملاق الاول هو صاحب كتاب الاصول الذي ترجم الى جميع لغات العالم ويقع في ثلاثة عشر جزءا سوف نتعرض لمحتوياتها بالتفصيل عند دراستنا لتطور علم الهندسة كما انه اول من وضع أسس بناء النظرية الهندسية فقسمها الى اجزاء ست هي المنطوق- المعطيات - التخصيص ثم العمل والبرهان والنتيجة .

وبذلك يعتبر اقليدس هو اول من اوضح كيفية استخدام الاسلوب العلمي المنطقي في التعامل مع النظريات والمسائل الرياضية ولسنا نقصد بذلك انه اول من استخدم اسلوب التفكير العلمي ولكننا نؤكد أنه بتقسيماته الستة للنظرية الهندسية قد اضاف الى الرياضيات اضافة تنظيمية جديدة تسهل من دراستها وتقوي من منطقيتها .

أما ثاني العمالقة ارشميدس أو ارخميدس كما يحلو للبعض تسميته (٢٨٧ -٢١٢) (ق .م) فهو صاحب اختراعات آلية وكشوف رياضية بحته وقد كتب عن الميكانيكا النظرية ووضع مبادئها وبرهن على نظرياتها الاساسية ولعلنا لا ننسي جميعا قاعدة أرشميدس التي وردت في دراستنا للفيزياء ايضا فقد وضع كتابين عن مراكز اثقال المساحات المستوية وعن مساحة الكرة وحجمها وحسب قيمتها واستطاع الحصول على حجوم القطع الكروية والمجسمات

الدورانية ويعد بذلك أول من استخدم التكامل لكن بطريقته الخاصة وقد عرض أرخميدس ايضا الكثير من المشاكل الرياضية المعقدة واوجد لها الحلول المناسبة واشتهر بذلك في عصره حتى انهم اطلقوا كلمة مسألة ارخميديسية على المسائل العميقة التي يصعب حلها .

اما ثالث العمالقة أبولونيوس فيرجع له الفضل في المعالجة العامة للقطوع المخروطية فقد بدأ اقليدس بعد كتابة الأصول الاتجاه الي القطوع المخروطية ودراستها ومعالجتها لكنه توفى قبل أن يكمل عمله فيها فاكمله أبولونيوس ولأبلونيوس ايضا حلول لبعض العمليات الرياضية منها على سبيل المثال رسم دائرة تمس ثلاث دوائر معلومة .

ولا تقتصر هذه المدرسة على العلماء الثلاثه العمالقة بل يلحق بهم في المكانه العلميه الكثير من العلماء منهم بطليموس المشهور بنظريته الهندسيه واعماله الفلكية العظيمة وهيرون صاحب فكرة تعيين الجذر التربيعي بطريقته التقريبية والذي اكتشف مساحة المثلث $\sqrt{ح(ح-أ)(ح-ب)(ح-جـ)}$ وبابوس المنظم العظيم للرياضيات وديوفانتس الذي عالج المشاكل الجبرية بأسلوب هندسي ولولا إفتقاره الى الترميز في الجبر لكان له شأن آخر .

وأخيرا فإننا لا نستطيع مهما أحصينا أن نعدد اعمال هؤلاء العلماء في تلك الحضارة من خلال مدارسها الخمس لكننا أوجزنا بعض هذه الجهود فهم اصحاب فيض عظيم من الفكر الرياضي الذي يدرس حتى الان ولنا أن نتصور أن هؤلاء الاغريق لم يكن لديهم نظام عددي بمفهوم رياضي لذلك كانت حساباتهم معقدة اذا كتبت بطريقتهم كما ان غياب الترميز اثر في انتاجهم الجبري لكن حبهم للهندسة جعلهم يتناولون معظم المشاكل الجبرية

والعددية بأسلوب هندسي .

وختاما لهذا العصر الذهبي العظيم وقبل أن ننتقل الى عصر لا يقل عنه عظمة أو لمعانا في سماء الفكر الرياضي وهو عصر الحضارة الاسلامية لنا كلمة .

«إن ثمرات جهود الانسان منظوراً اليها من وجهة نظر إنسانية لا يمكن أن تنسى بأي حال من الاحوال بل تظل خالدة في جوهرها ولوحل محلها ما هو خير منها» .

هذا ما يقوله جورج سارتون في مقدمة كتابه وهو ما نجده متطابقا مع وجهة نظرنا فإن العلوم الاغريقية اليونانيه هي مصدر أساسي من مصادر العلم الحديث فلعل أغرب خصائص هذا العلم أن ظلاله ما زالت ترفرف على أفكارنا الحاضره ومن العبقرية الحقة لهذه الحضارة أن تسبق غيرها من الحضارات بالآلاف من السنين فتظهر عبقريه الاغريق وضاءه في سماء العلم والفن والادب إن بعض النتائج التي توصل اليها فيثاغورث وإقليدس ويود كصص وأرسطو وأفلاطون وغيرهم من علماء هذا العصر لا تزال تؤلف أجزاءاً أساسية من علوم عصرنا الحاضر ورغم أن تقدم العلم يحل الحديث مكان القديم إلا أن اكتشافات هؤلاء العلماء هي الركيزة التي يبني عليها الحديث ولا يمكن أن يحل بدونها .

كما يجب علينا بالحيده التاريخية أن نؤكد أن هذا العصر تتوافر فيه جميع المقومات التي ساعدت على إقامة الصرح الرياضي العظيم عبر العصور من أساس قوي متين يتمثل في الاكتشافات على أيدي الفيثاغورثيين مثلا بينما يتعهد الأفلاطونيون بصياغة العلم ووضع الاساليب الرائعة لعرضه وإمداده

بالتعاريف والبديهيات والمسلمات حتى بدت الرياضيات وهي عروس العلوم ومفخرتها . ثم مدرسة الاسكندرية والتي تجمع الشقين الاكتشاف والتنظيم ، ففيها من الاكتشافات ما يضعها على المستوى الأول في مدارس الاكتشاف في الرياضيات وأيضا التنظيم والعرض الذي مازلنا نأخذ به حتي الآن .

٢-٤/ عصر الحضارة الشرقية الثانية

(من ٤٠٠ م إلى ١٢٠٠ م)

وتتقاسمه مدارس ثلاث هي الحضارة الهندية من ٤٠٠م-٩٠٠م والحضارة الاسلامية التي ظهرت بظهور الدين الاسلامي العظيم سنة ٦٦٢م والتي ازدهرت فيها الاعمال الرياضية خاصه فرع الجبر في الفترة من ٨٠٠م الى ١٢٠٠م والمدرسة الثالثة هي الحضارة اليابانية والتي بدأت في دراسة الرياضيات سنة ٧٠١م .

٢-٤-١/ المدرسة الاسلامية

(٦٠٠م-١٢٠٠م)

في مجالنا هذا فاننا بالطبع سوف نلقي مزيدا من الضوء على الحضارة الشرقية الثانية من خلال تناولنا لمجهودات علماء المسلمين في الرياضيات حيث يذهب بعض علماء الرياضيات الي استبدال مسمي عصر الحضارة الشرقية الثانية بالعصر الاسلامي ، كما يؤكد ذلك فيليب ديفز ، وروبين هرش عالما الرياضيات في كتابهما خبرات رياضية والذي نشر اخيرا في الولايات المتحدة استنادا الى أن نتاج الحضارة الشرقية الثانية من اكتشافات رياضية هو بالقدر الأكبر يعود الى علماء المسلمين وأن إكتشافات المدرستين الأخريين الهندية

واليابانية في هذه الفتره قليلة جدا اذا ما قيست بالاكتشافات الرياضية الاسلامية .

إن الحضارة الاسلامية الرياضية تمتد من القرن السابع الميلادي حتي القرن الثاني عشر الميلادي حيث ادرك العلماء المسلمون أهمية الثقافة الرياضية في ماضي المنجزات البشرية وحاضرها ومستقبلها وكيف استفاد المصريون القدماء والاغريق من قبلهم من دراسة الرياضيات فاتجهوا اليها يدفعهم في ذلك تعاليم الدين الإسلامي العظيم في فرض العلم على كل مسلم ومسلمة ثم حاجتهم الى الرياضيات في الكثير من الامور التي تتعلق بحياتهم كالاحوال الشخصية وما فيها والمعاملات التجارية ومواقيت الصلاة وتعيين سمت القبلة ومعرفة هلال رمضان ووقت الحج .في أول الأمر قام علماء المسلمين بترجمة الكتب الرياضية التي أعدها علماء الاغريق والبابليون وغيرهم الى اللغة العربية ويقول كركومور في مقالة نشرها في مجلة (مدرسو الرياضيات)« إننا لا نعرف عملا هاما واحدا من اعمال العصر الذهبي للإغريق لم يترجمه العرب ويفهموه فهما جيدا» . على ان الكثير من علماء تاريخ الرياضيات قد جانبهم الانصاف والحق فادعوا بأن المسلمين أمة ناقلة مقللين بذلك من اهمية الاكتشافات العربية الاسلامية في الرياضيات لكن جورج سارتون هذا المؤرخ او قل من اعظم المؤرخين العلميين على الاطلاق يرد على غير المنصفين في كتابة حضارة الثقافة العربيه في الشرق الاوسط فيقول «حاول بعض المؤرخون التقليل من اهمية المآثر العظيمة للحضارة العربية بانكار ما فيها من اصالة والادعاء بأن العرب مقلدون ليس الا . ان حكما كهذا خطأ في جملته . اذ يمكن القول الى حد ما بأنه لا توجد اصالة اعمق من الاصالة التي تملكت

الرواد العرب في التعطش الحقيقي الى المعرفة ، وقد تمكن المسلمون من تطوير معارف كثيرة خاصة بهم في حقل الرياضيات وغيرها وكانت لهم فتوحات علمية رفعت العلوم الى مستوي يعلو بكثير عن المستوى الذي رفعها اليه الاغريق وكان هذا على وجه الخصوص في فرعي الجبر وحساب المثلثات اللذين يعدان من ابتكار العلماء المسلمين والذي لم يقتصر على الرياضيات بل تجاوز ذلك الى الطب والجغرافيا والكيمياء وغير ذلك . .» .

واذا كان هذا رد سارتون على هؤلاء المؤرخين غير المنصفين فان الاسهامات العربية الاسلامية في تطور الرياضيات مشهورة ملموسة نسوق لها بعض الأمثلة لا على سبيل الحصر :

في مجال العد والحساب :

* لم يكن هناك نظام عددي بالمفهوم الرياضي الا مع الاسهامات العربية الاسلامية ذلك أن العرب فعلا قد اخذوا رموز الارقام الهندية لكنهم هذبوها وادخلوا عليها بعض التعديلات وجعلوها في مجموعتين كل مجموعة تحتوي على الرموز وتستخدم إحدى المجموعتين في الدول العربية والاخرى تستعمل في الدول الغربية وهي ما تعرف بالاعداد الغبارية العربية ويطلق عليها (Arbic Digits) .

* هذا بالنسبة لرموز الارقام أما اساس التجميع فقد إختار العرب العدد عشرة اساسا للتجميع شأنهم في ذلك شأن من سبقوهم من مصريين قدماء و بابلين وهنود واغريق وورمانيين ، وقدكان التوفيق من عند الله للعلماء المسلمين كبيرا إذ تمكنوا من ابتكار نظام التسجيل الحالي للاعداد وهو

(المنازل) آحاد وعشرات ثم مئات وأحاد الوف وعشرات الوف . . وهكذا ولا أدل علي ذلك من ان نظام المنازل يبدأ في المجموعتين من اليمين الى اليسار الاحاد ثم العشرات فالمئات . .

فمثلا العدد ٣٥٧ تتم كتابة بالصورتين التاليتين

آحاد	عشرات	مئات
٧	٥	٣
7	5	3

وهذه الفكره الفذة التي يعبر بمقتضاها عن جميع الاعداد باستخدام الرموز العشرة العربية أو العربية الغبارية حيث يتخذ كل رمز قيمه ناشئه عن موضعه أو موقعه لم يصل اليها علماء المصريين القدماء أو علماء الاغريق بمدارسهم الخمسه رغم باعهم الطويل في الاكتشافات الرياضية وأيضا فان عظمه هذه الفكره تنتج من بساطتها بحيث تعتبر واحده من أعظم منجزات العقل الانساني

* كان لاكتشاف الصفر أهمية رياضية كبيرة ويعتبر بحق اعظم اختراع وصلت اليه البشرية وسوف نعود الى تفصيلات اكثر من خلال عرضنا لموضوع تطور العد والاعداد على انه لا يفوتنا هنا ان نسجل قول الدكتور (كارل لوير) في كتابة تاريخ الرياضيات (أنه بدون اكتشاف العرب للأعداد العربية كان من الممكن أن تكون الرياضيات الآن في مهدها ولكن بواسطتها استطاع الانسان ان يخترع وان يعرف الطبيعة باكملها) .

* العالم المسلم العظيم الكاشي وإكتشافه للاعداد العشريه فقد اكد لوكي بما لايقبل الشك أن العالم الفلمنكي ستيفن بويد قد جاء بعد الكاشي بمائه وخمسة وسبعين عاما وأعلن سنة ١٩٤٨ م بمطالبته باعاده كتابة تاريخ الاعداد العشرية ونسبة اكتشافها للعالم المسلم الكاشي بدلا من العالم الفلمنكي ستيفن بويد .

* العمليات الحسابية عند المسلمين هي غايه في الفكر الرياضي والقدره على العرض حيث تترجم فلسفه أساليب إجراء العمليات وضوح مفهوم هذه العمليات في ذهن العلماء المسلمين وسوف نعرض لذلك بالتفصيل في الباب القادم والخاص بالاعداد والعمليات الحسابية .

في مجال الجبر :

* استطاع الخوارزمي العالم المسلم الشهير تحويل مفهوم العدد من الصورة الحسابية ككمية ثابتة الى عنصر متغير في معادلة فأسس بذلك علما جديدا هو علم الجبر ويعتبر (كتابة الجبر والمقابلة) الركيزة الأولى لهذا الفرع ولم يختلف في ذلك أي مؤرخ شرقياً كان أم غربياً .

* الرياضي المسلم عمر الخيام والذي صُنّفَ مع زميله الخوارزمي ضمن أعظم علماء الرياضيات في العالم كان أول من حل معادله الدرجة الثالثة والرابعة وصاحب إحدى المستصعبات الرياضية عند المسلمين فوضع أساس العمل في التحليل الرياضي ليكمله فرمات من بعده .

* العالم المسلم إبن بدر والذي إستطاع من خلاله نصه الادبي إيجاد الحد الأخير ومجموع المتواليه العدديه فوضع بذلك بداية صياغة قوانينها ولولا

غياب الرموز الجبرية في عصره لصاغ في سهوله ويسر ومن خلال هذا النص القوانين المستخدمه حاليا في ذلك .

في مجال الهندسة :

* قام ثابت بن قره بترجمة كتاب الأصول لاقليدس (١٣ جزء) و كان له الكثير من الاضافات الهامة نذكر منها حجم الكرة ومساحة سطحها حيث لم يتطرق اقليدس اليها على الاطلاق وليس أدل على أهمية هذه الاضافات من إعادة الغرب لترجمة كتاب ثابت بن قرة مرة اخرى من العربية الى اللاتينية .

* العالم المسلم الحسن بن الهيثم وكتابه (تحليل المسائل الهندسية) وهو مستخرج من مؤلفات اقليدس وابولونيوس وهو واضع أساس التحليل التوافقي في نظرية الاعداد .

٢-٥/ عصر الحضارة الغربية الثانية (إحياء العلوم) :

(من ١٢٠٠م - إلى ١٦٠٠م)

مع بداية تفكك الحضارة الاسلامية العظيمة بدأت دول أوربا تستيقظ حيث نبذ الأوربيون خلافاتهم دينية كانت أو حزبية ونزحوا إلى الأندلس بشكل أساسي طلبا للعلم والمعرفة العربية الاسلامية التي انتقلت الى جامعات غرناطة وقرطبة واشبيلية والى غير الأندلس أيضا كل ذلك للبحث عن الكتب العربية وما فيها من علم ومعرفة لترجمتها والاستفادة منها ولمعت أسماء علماء مثل أديلار أوف باث وأجينودي باليرمو وفيات وغيرهم من أسماء ساهمت في نقل التراث الاسلامي الى أوربا وأكملت مرحلة القرون الوسطى حتى أطلق على هذا العصر عصر إحياء العلوم أو عصر الحركة العلمية وفي رأينا أنه يمكن تقسيم هذا العصر الى حقبتين زمنيتين أولهما من سنه ١٢٠٠ م الى ١٤٥٠ حيث اشتغل علماء الغرب طوال هذه الفترة بترجمة الكتب الاسلامية من العربية الى اللاتينية أما الفترة الثانية من سنه ١٤٥٠ الى سنه ١٦٠٠ م ففيها اهتم علماء الغرب بدراسة محتويات هذه الكتب العلمية العربية في محاولة لاستيعابها وأيضا ترجمة ودراسة ما تبقى من كتب اغريقية ، على أننا ننبه الى أنه من العوامل التي ساعدت على ازدهار العلوم عامة والرياضيات خاصة في هذا العصر عن سابقة ظهور الطباعة والتي عن طريقها كان الأثر كبير في نشر المعارف والعلوم ثم عامل آخر لا يقل أهمية عن الطباعة وهو فتح القسطنطينية وهجرة علماء الإغريق الى القارة الأوربية بكتبهم الإغريقية القديمة التي نقلت الى اللاتينية ثم عامل ثالث لا يقل أهمية أيضا عن العاملين السابقين وهو

اكتشاف قارة امريكا وأثر ذلك على النهضة العلمية في العالم بأثره .

٢-٦/ عصر الفكر الحديث :

(من ١٦٠٠م وحتى الآن)

في بداية هذا العصر وعلى وجه التحديد في النصف الأول منه ومنذ سنة ١٦٠٠م الى ١٨٠٠ يطلق علماء التاريخ على هذه الفترة (فترة ميلاد بواكير العلوم الرياضية) حيث ازدهرت الاكتشافات الرياضية على أيدي العلماء الاوربيين في أوربا بعد أن أتموا الدراسة والفحص لكل ما نقل لهم عن المسلمين والأغريق من كتب ومراجع علمية وبدأوا البحث فيما وراء ذلك من اكتشافات رياضية وأساسيات ونظريات وتعاريف مختلفة وبدأ انقسام الرياضيات الى فروع جديدة عديدة حيث ظهر الكثير من العلوم الرياضية التي لم تكن معروفة من قبل ونذكر منها اللوغاريتمات والهندسة التحليلة التي ساهمت مساهمة فعالة في تطوير الرياضيات حيث تم معالجة بعض المشكلات الهندسية بطرق تختلف عن الطريقة التركيبية الإقليدية من خلال الهندسة التحليلة التي ترمي الى التزاوج بين الجبر والهندسة كما ساعدت الهندسة التحليلية أيضا في اكتشاف علم التفاضل والتكامل كما ظهرت خلال هذه الحقبة الهندسة الاسقاطية على يد العالم ديسارجس و ظهرت أول آلة حاسبة إخترعها العالم بسكال أما ليبنتز فقد وضع أسس المنطق الرياضي والمنطق الرمزي باستخدامه قوانين رمزية كما تم في هذه الفترة ايضاح مفاهيم العدد والشكل والاستمرار Continuity وتوسعت آفاق المفهوم العددي فظهرت الأعداد السالبة مقبولة للدارسين ، وفي القرن التاسع عشر بدت الرياضيات كعروس للعلوم وأساس للتقدم التنكنولوجي الهائل وكانت البداية

في جامعة براج بالنمسا وثم في ايطاليا وفرنسا وظهر علماء وعباقرة في عالم الرياضيات سوف تخلد سيرتهم في تاريخ الرياضيات لما قدموه من اكتشافات مذهلة كان لها أكبر الأثر في فتح الطريق أمام اكتشافات تكنولوجية غاية في العظمة والغرابة ففي فرنسا كان ظهور ديكارت وفرمات وبسكال وفي انجلترا ظهر نيوتن صاحب نظرية ذات الحدين والقوانين الأساسيه في الديناميكا التي برزت كأساس لعلمي الميكانيكا والفيزياء . وفي سويسرا ظهر أويلر ثم في فرنسا أيضا وفي وقت لاحق ظهر لاجرانج ولا بلاس وجاوس الذي ابتكر الاعداد المركبة .Complex Nombers حوالي سنة ١٨٣٠ م واكتشف هاملتون الرباعيات Quarernious المسماة باسمه سنة ١٨٣٥م وظهر كتاب انواع الجبر للعالم جراسمن ١٨٤٠م أما العالم الانجليزي كايلاي فقد اكتشف المصفوفات Matrices حوالي سنة ١٨٦٠ م وظهر الجبر البوولي وفي عام ١٨٨١م اكتشف فن اشكـ [illegible]ـي ساعدت على انتشار نظرية المجموعات وساعدت كثيراً في توضيح القوانين الجبرية لدراسة المجموعات والمنطق و جبر الحوادث فكانت مساهمه لها قيمتها في دفع نظريه الاحتمال الى صوره الفروع الرياضيه الهامه كما أكمل كل من كارنو وبوتسيليه ابحاث من سبقوهم في الهندسة الاسقاطية وظهر في هذه الحقبة مفهوم الثنائية الذي ساهم في تطوير الرياضيات وحوالي سنة ١٨٨٠م ابتكر العالم جيبس تحليل المتجهات كما أن هناك الكثير من الابحاث الخاصة بالأنظمه العدديه والاعداد الحقيقية ونظريات القطوع قد إزدهرت على أيدي علماء هذه الفتره .

على أن هذه الحقبة من هذا العصر قد شهدت مولد أهم النظريات الرياضية والتي يعتمد عليها تدريس الرياضيات المعاصرة وهي نظريتا المجموعات

والزمر كما شهدت ظهور الهندسة اللا اقليدية والطبولوجي والعلوم الاحصائية وغير ذلك من فروع العلم والمعرفة الرياضية .

ثم الحقبة التالية وهي القرن العشرين قد شهدت إشتغال اعداد واعداد من الدارسين بالرياضيات التي عمت دراستها كل الدول شرقية كانت أم غربية حيث وقفت هذه الدول على أهمية العلوم الرياضية كركيزه هامة لنهضة العلوم الأخرى وتقدمها في المجال التكنولوجي فصبوا اهتمامهم على العلوم الرياضية ولا تكاد تخلو دراسة تخصصيه أيا كانت من مقررات رياضية خادمة وهذا يقودنا الى سؤال هام جدا وهو :

بماذا تميز القرن العشرون كفترة من عصر الفكر الحديث من الناحية الرياضية؟ وللرد على هذا السؤال الهام فإننا نرجع الى الدراسات الرياضية في هذا القرن لنجد أن التعميم والتجريد واستخدام المنطق الشكلي قد زاد وزاد معه الاهتمام بالدراسة التفصيلية للتركيب الرياضي وبدأ هذا التركيب استنتاجا يبني على الأسلوب الافتراضي وكان ذلك كفيلا باعادة النظر في المعرفة الرياضية ومحاولة اعادة تركيبها على أسس أكثر شمولا وتجريدا وذلك بواسطة الأسلوب الافتراضي الاستنباطي الذي اطلق عليه أسلوب المسلمات وهو اسلوب يعتمد على عناصر معرفة وعناصر غير معرفة ومجموعة محدودة من المسلمات تشتق منها جميع النظريات بطرق استنتاجية وبذلك الغي الاعتقاد بأن الرياضيات علم مطلق ليحل محله اعتقاد جديد بأنها علم نسبي على أنه في هذا القرن أيضا ظهرت أهمية الرياضيات متمثلة في التطبيقات العلمية لها فرغم اتجاه العلوم الرياضية الى التجريد ازدادت في المقابل مجالات التطبيق العملي في العلوم الأخرى التي تذكر منها على سبيل المثال لا الحصر :

* البرمجة الخطية Linear- Programing

والتي يرجع ظهورها لسنة ١٩٤٨ فقد ساعدت البرمجة الخطية على ايجاد الطرق الدقيقة للادارة سواء كانت حكومية أو ادارة المشاريع الكبرى أو المصانع .

* نظريه بحوث العمليات .Theory of Operation Researchs

وقد استخدمت في الحرب العالمية الثانية ويستفاد منها الآن في المصانع لزيادة الانتاج وضبط العمل دون زيادة في التكاليف أي أنها النظرية الأساسية لرفع مستوى الكفاية الأنتاجية .

* نظرية الاتصال ونظرية العينات وعلم مراقبه الانتاج .Theory of Sam- pling

وهي من التطبيقات التي تعتمد على المفاهيم الاحصائية ونظرية الاحتمال .

* التبولوجي TOPOLOGY

وهو فرع من فروع المعرفة الرياضية التي نشأت مع بداية القرن العشرين وقد إستحدثت هذة الفروع كتطوير لدراسة فروع أخرى مثل نظرية المجموعات Theory of sets والهندسة Geometry والجبر Algebra ونظرية التنسور Tensor Thcory فعلم التويولوجي العام General Topology نشأ كتطوير لنظرية المجموعات وقد ظهرت الأبحاث الأولى له في بداية الثلاثينات من هذا القرن أما التويولوجي الجبري Algebriac Topology فهو العلم الذي يبحث في توليفه التويولوجي مع الجبر ويبقى لنا التويولوجي التفاضلي Dirferential Topology وهو العلم الذي يبحث في توليفة بين التويولوجي وعلم التنسور .

* وأخيرا فان من أعظم التطبيقات الرياضية العملية هو اكتشاف العقول الالكترونية والحاسب الآلي في الربع الاخير من هذا القرن وتطور سرعاتها الى أن وصلت الى ما وصلت اليه من سرعة جبارة في العمليات وحل المشكلات والتي جعلت الاختبارات والفحوص وحل المشاكل بمستوى سرعة لم يحلم به أكبر المتفائلين .

والآن وبعد هذا الأبداع الرياضي الذي نحمد الله كثيرا عليه وعلى هدايته لعلماء الرياضيات وتوفيقه لهم في اكتشافه لخدمة البشرية يقفز الى أذهاننا سؤال ملح .

من يدري ماذا يخبىء لنا القرن الحادي والعشرون من اكتشافات رياضية؟

لابد أنه سيظهر علماء على مستوى الأسماء السابقة بل أكثر فكرا ولمعانا وسيكون هناك تلاحق هائل في الاكتشافات والابحاث الرياضية نعجز عن التفكير فيه أو حتى مجرد التنبؤ بها الآن ولسنا في حاجةالى أن نؤكد أن العلم بالغيب لله وحده لكننا ندعو الله عز وجل أن يسخر الأنسان كل هذه الاكتشافات الرياضية لتطبيقات تكنولوجية ترفع من درجته الانسانية وأن يستبعد استخدام الرياضيات في تكنولوجيا التدمير أن صح لنا أن نصفها متمثلة في أسلحة الدمار الشامل كما أننا في هذا العرض الرياضي الذي توغلنا فيه في قرننا العشرين لن ننسى أبدا الجهود المتواضعة والأسس البسيطة التي خلفها الأولون في الرياضيات كما سبق وأن أوضحنا .

والآن عزيزنا القارىء وبعد استعراضنا للمسيرة الرياضية عبر العصور المختلفة منذ بدء الخليقة حتى الآن نرى أنه إكمالا للضوء الذي القيناه على تلك المسيرة الثرية بالإكتشافات الرياضية والتي كانت السبب الأول في التطور التكنولوجي الهائل الذي يشهده العالم نضع بين يديك وفي تسلسل تاريخي مبسط أهم علماء

الرياضيات في العالم أجمع حسب التسلسل الزمني وهو مجرد اجتهاد في محاولة جريئة لتوضيح تطور الرياضات عبر العصور معبرا عنه بإكتشافات علماء أمم مختلفة على مدار التاريخ حتى بداية القرن العشرين إننا لا ولن نغفل ابدا تلك المجهودات الرائعة لعلماء آخرين غيرهم لهم انتاجات واضافات رياضية متميزة وكثيرة لكننا لا نستطيع احصائهم جميعا ، ولعل هذا التصنيف يضع حدا للنقاشات الكثيرة حول الاكتشافات الرياضية لما يوثقه من تواريخ وأسماء وموضوعات رياضية . (انظر جدول رقم - ٢ -)

أهم رواد الإكتشافات الرياضية واعمالهم
(حتى بداية القرن العشرين)

م	الاسم	التاريخ	الأنتاج	العصر
١	بردية أحمس	١٧٠٠ ق.م	حساب - معادلات جبرية - متواليات	المصريون القدماء
٢	نابيير	١٦٥ ق.م	المشكلات العددية	الإغريق
٣	طاليس	٦٠٠ ق.م	بداية الهندسة	
٤	فيثاغورث	٥٤٠ ق.م	الحساب والهندسة	
٥	بلاتو	٣٨٠ ق.م	فروع المعرفة الرياضية المختلفه	
٦	أرسطو طاليس	٣٤٠ ق.م	الهندسة الاقليدية	
٧	اقليدس	٣٠٠ ق.م	القطوع المخروطية - أصول الهندسة	
٨	أبولونيوس	٢٢٥ ق.م	المتسلسلات اللانهائية	
٩	ارشميدس	٢٢٥ ق.م	المساحات والطفو والميكانيكا	
١٠	بتوليمي	١٥٠ ق.م	حساب المثلثات	

١١	ديوفانتس	٢٥٠ ق.م	نظرية الأعداد	الاغريق
١٢	بابوس	٣٠٠ م.	فروع المعرفة الرياضية المختلفة	
١٣	الخوارزمي	٨٢٠ م.	الجبر	الإسلامي
١٤	عمر الخيام	١١٠٠ م.	حل معادلات الدرجة الثالثة	
١٥	باسكار	١١٥٠ م.	الجبر	إحياء العلوم
١٦	فيبوناش	١٢٠٢ م.	الحساب والجبر والهندسة	
١٧	فراري	١٥٤٥ م.	المعادلات الجبرية من الدرجة النونية	
١٨	نييت	١٥٨٠ م.	نظرية المعادلات	العصر الحديث
١٩	هاريوث	١٦٠٠ م.	الترميز الجبري	
٢٠	كيبلر	١٦١٠ م.	الحركة التوافقية	
٢١	نابير	١٦١٤ م.	اللوغاريتمات	
٢٢	فيرمات	١٦٣٥ م.	نظرية الأعداد (النهايات العظمى والصغرى)	
٢٣	ديسكارت	١٦٣٧ م.	الهندسة التحليلية	
٢٤	باسكال	١٦٥٠ م.	القطوع المخروطية - نظرية الاحتمال	
٢٥	نيوتن	١٦٨٠ م.	التفاضل - نظرية المعادلات الجاذبية - قوانين نيوتن الأرضية	
٢٦	ليبنز	١٦٨٢ م.	التفاضل والتكامل	
٢٧	بيرنولي	١٧٠٠ م.	التفاضل المتكامل - الاحتمالات	
٢٨	أويلر	١٧٥٠ م.	الأعداد المركبة - الرياضيات التطبيقية	
٢٩	لاجراغ	١٧٨٠ م.	المعادلات التفاضلية	
٣٠	لابلاس	١٨٠٥ م.	المعادلات التفاضلية - نظرية الاحتمال	
٣١	جاوس	١٨٢٠ م.	نظرية العداد - الهندسة التفاضلية	
٣٢	لوباتشينسكي	١٨٢٥ م.	الهندسة اللاقليدية	
٣٣	ريمان	١٨٥٤ م.	نظرية التفاضل - المتغيرات المركبة	
٣٤	كانتور	١٨٨٠ م.	نظرية المجموعات غير المنتهية	
٣٥	فيرستراس	١٨٩٠ م.	الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة	
٣٦	يونكار	١٨٩٥ م.	الطبولوجي والمعادلات التفاضلية	
٣٧	هلبرت	١٨٩٥ م.	المعادلات التكاملية	
٣٨	بروبر	١٩٠٧ م.	الطبولوجي	
٣٩	روشيل وويت هيد	١٩١٠ م.	المنطق الرياضي	

(جدول رقم -٢-)

البـــاب الثالث

٣ / الأعداد والعمليات الحسابية

٣-١/ العدد والأعداد

٣-٢/ أنظمة العد وكتابة الأعداد (مقدمة)

٣-٣/ رموز الأرقام وكتابة الأعداد عبر العصور

٣-٣-١/ عند المصريين القدماء

٣-٣-٢/ عند البابليين

٣-٣-٣/ عند الإغريق

٣-٣-٤ / عند الرومانيين

٣-٣-٥ / عند العرب (قبل الحضارة الإسلامية)

٣-٤/ الرموز الإسلامية وقصة نظام العد الحالي

٣-٤-١/ اكتشاف الصفر

٣-٤-٢/ اكتشاف الكسور العشرية

٣-٥/ أساليب إجراء العمليات الحسابية عبر العصور

٣-٥-١/ البداية وعصر الطفولة

٣-٥-٢/ عند المصريين القدماء

٣-٥-٣/ عند البابليين

٣-٥-٤/ عند الإغريق

٣-٥-٥/ عند الرومانيين

٣-٥-٦/ الجمع عند الهنود

٣-٥-٧/ عند المسلمين

٣-٥-٨/ المسلمون وقاعدتهم الذهبية (قاعدة الميزان)

٣- الأعداد والعمليات الحسابية

٣-١/ العد والأعداد

سبق لنا عند عرضنا لعصر الطفولة الرياضية أن أوضحنا كيف توصل الإنسان الأول لمفهوم العد والأعداد دون أن يهدف الى ذلك ، بل كنتاج لما أملته عليه الغريزة وبداية لطريق الحياة . وأوضحنا أن البداية كانت بالوحدانية والثنائية والثلاثية ثم عرضنا لما كان عليه الوضع عندما زادت الأعداد في التجمعات البشرية المختلفة التي بدأت على هيئة مجموعات (قبائل) ، وكان رئيس القبيلة أو كبيرها في شدة الحاجة الى العد والأعداد كي يستطيع أن يدبر أمور قبيلته وأوضحنا أنه في سبيل ذلك قد استخدم العيدان والحصى في عملية العد ، و الآن ما تصورنا للمرحلة التالية؟

إننا كما سبق وذكرنا لا نملك ما ندعم به قولنا فلا مراجع ولا أسانيد ولا حجج باقية من هذا العصر ، ولكننا نؤكد أننا في ذلك نعتمد على حسنا الرياضي في توقع ما حدث .

ونقول في هذا الشأن إن المرحلة التالية ونقصد بها بعد أن زادت أعداد القبائل زيادة كبيرة كان على رئيس القبيلة أن يحزم كل مجموعة من عيدان العدد في حزمة واحدة نعتقد أنه كان يختار الخمسة أو العشرة كعدد ثابت للعيدان في كل حزم ، نرجع ذلك الى ارتباطه بالخمسة أو العشرة كنتيجة لعدد اصابع اليد أو اليدين ثم نسترسل في تصوراتنا فنتصور أنه أيضا عندما زادت عدد الحزم بدأ في تحزيم كل خمسة أو عشرة حزم في حزمة واحدة (ويتوقف ذلك على استخدامه للخمسة أو العشرة كأساس للتجميع في

العيدان أو الحزم) وبهذه الخطوة فانه يكون قد أدرك العدد مائة مثلا وهكذا أيضا استطاع إدراك أعداد أكثر من المائة ألف أو مائه ألف وهكذا ولعل القاريء سيتوقع معنا أن كل تجمع بشري كان له أساس تجميع خاص مخالف للآخر لكن الغالب والأعم كان الاتجاه الى أساس التجميع عشره وهو ما أوحي به عدد أصابع اليدين أو القدمين كما سبق وذكرنا . أما عن تسجيل الأعداد ورموزها فقد جاءت في مرحلة متأخرة جدا عن ذلك فنظن أن الترميز يحتاج الى لغة ، وليس لدينا ما يوثق وجود هذا الترميز أو التسجيل الا بدءاً من المصريين القدماء ومرجعهم الأول سنة ٣٥٠٠ قبل الميلاد فتصورنا أيضا أن القدماء ا لمصريين هم أول من عرفوا رموز الأعداد تلاهم أبناء عصرهم من البابليين والصينيين . ولا شك في أن القارىء سيتوقع معنا أن كل تجمع بشري سوف يكون له تسجيل خاص ومخالف للتجمعات الآخرى لرموز الأعداد لكن جميعهم بالطبع يتفقون في المفهوم ، فكل تجمع له لغته وثقافته وهذه اللغة لها كلمات وتلك الثقافة لها رموز ، فرموز الاعداد عند قدماء المصريين تختلف عن رموز الأعداد عندالبابليين تختلف عن رموز الأعداد عن الرومانيين . وكمثال لهذه الرموز فإن المصريين القدماء تأثروا بما حولهم (بيئتهم) في الترميز للأعداد فنجد أنهم استخدموا في ذلك زهرة اللوتس وعظمة الكعب وهكذا .

بينما نجد أن البابليين قد رمزوا لأعدادهم برموز لا تتصل وبيئتهم بل برموز جديدة وضعوها خصيصا للأرقام ، مثلهم في ذلك مثل الرومانيين الذين وضعوا رموزا خاصة لأرقامهم أيضا . على أننا نجد أن معظم الترميز في أي عصر من العصور قد اتخذ الأصبع رمزا للرقم (١) وللآن يمكن أن يستخدم الأصبع في توضيح مفهوم الرقم(١) .

٣-٢/ أنظمة العد وكتابة الأعداد

والآن بعد أن استعرضنا كيف توصل الإنسان لفكرة العد والترميز للأرقام وتسجيل الأعداد؟ بم نفكر؟ لعل القارئ يتفق معنا أننا الآن بحاجة إلى التفكير فيما كان عليه النظام العددي وكيف تطور؟ ولعله لابد لنا أو لا أن نحدد ماذا نقصد بالنظام العددي؟؟ أو لعلنا نستطيع أن نضع تعريفا للنظام العددي بمفهومه الرياضي - كما سبق وأن وعدنا بذلك - ليمكننا هذا التعريف من الحكم الموجه والسليم لكيفية تطوير النظام العددي؟ وفي أي من العصور الرياضية أمكنهم التوصل الى هذا النظام العددي بمفهومه الرياضي ؟ وكيف استطاعت الرياضيات أن تأخذ طريقها بعد ذلك الى مزيد من الاكتشافات بالاعتماد على هذا النظام العددي؟ إن التعريف الذي نقترحه ونؤيده للنظام العددي بالمفهوم الرياضي هو أنه :

(١) مجموعة من الرموز .

(٢) أساس للتجميع .

(٣) أسلوب للتسجيل .

هو أسلوب التسجيل الموجه طبقا لصيغة رياضية معينة

ولتوضيح أكثر اذا اعتبرنا نظامنا العشري الحالي فإننا نقصد بمجموعة الرموز الأرقام العشرة (٠ ،١ ,٢ ,٣ ,٤ ,٥ ,٦ ,٧ ,٨ ,٩)

وأساس التجميع في هذا النظام هو العشرة

أما أسلوب التسجيل فهو أسلوب المنازل والقيمة المكانية لكل منزلة آحاد ثم عشرات ثم مئات . . . وهكذا

أما الصيغة الرياضية التي يخضع لها أسلوب التسجيل في هذا النظام العشري فهى ما يطلق عليها متسلسلة العدد لقوى العدد ١٠

مثال $٣٥٤ = ٤ \times ١٠^{٠} + ٥ \times ١٠^{١} + ٣ \times ١٠^{٢}$

ويظهر لنا من هذا التعريف أن الإنسان عندما عرف العد لم يكن لديه نظام عددي بمفهوم رياضي ، وأن النظام العددي بمفهومه الرياضي لم يكتمل الا في عصر الحضارة الشرقية الثانية (في الحضارة الاسلامية) . لكن كان هناك قبل ذلك رموز وأساس تجميع فقط كما سترى في عرضنا بعد ذلك :

ونعرض لك في بساطة أسس التجميع المختلفة التي استخدمت ومسببات استخدامها :

«أسس التجميع ومسببات الاستخدام»

مسلسل	أساس التجميع المقترح	المسببات
١	الأساس الثنائي	اشتق من الثنائيات كاليدين والرجلين والعينين والأذنين .
٢	الأساس الرباعي	اشتق من الأطراف الأربعة أو الجهات الأربع (أمام – خلف – يمين – يسار)
٣	الأساس الخماسي	أشتق من عدد أصابع اليد .
٤	الأساس العشري	أشتق من عدد أصابع اليدين .
٥	الأساس العشريني	أشتق من عدد أصابع اليدين والقدمين

جدول رقم (٣)

٣-٣/ رموز الأرقام وكتابة الأعداد عبر العصور

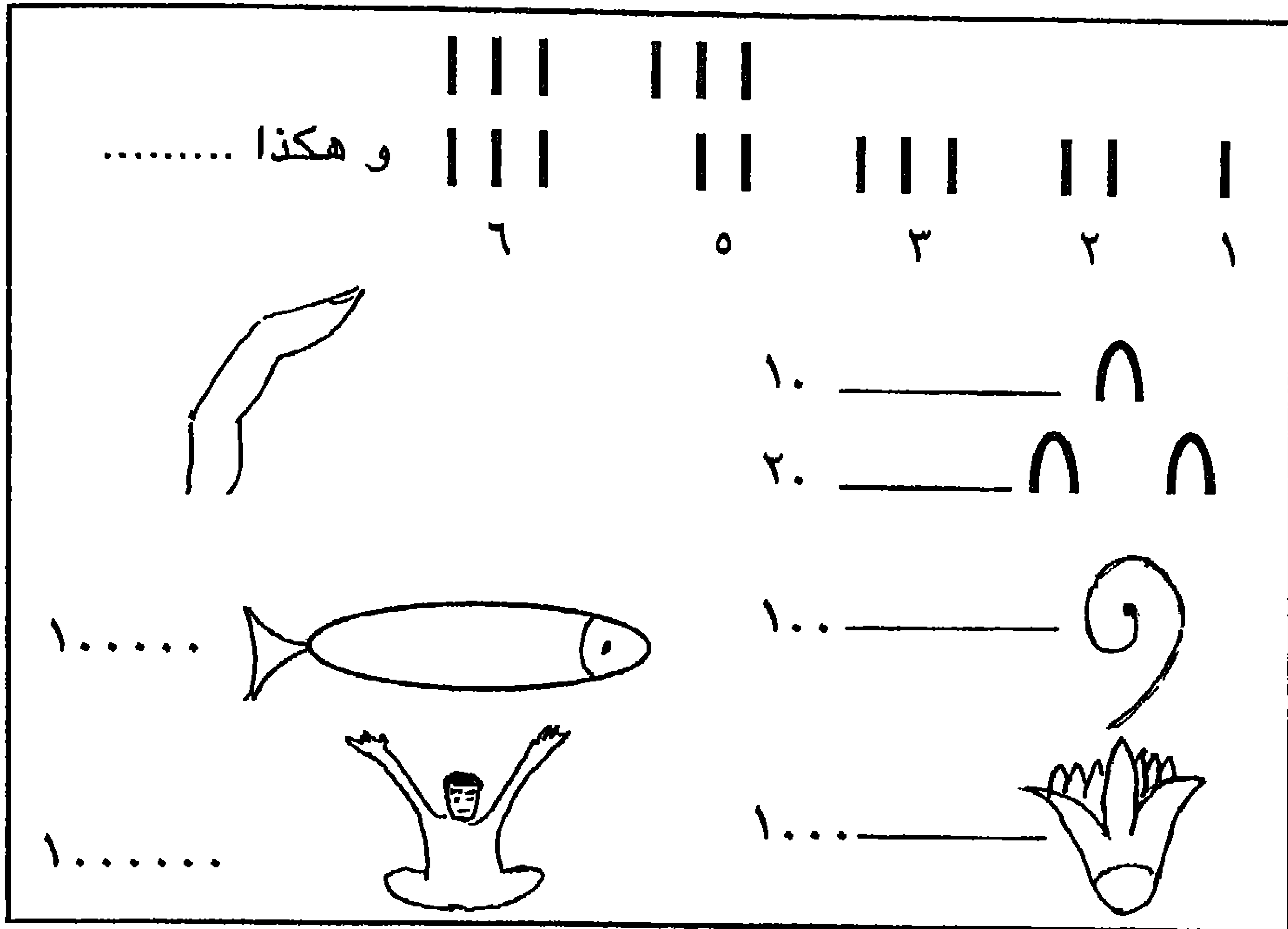
٣-٣-١/ عند المصريين القدماء

إن أعظم ما قام به المصريون القدماء من جهود علمية تتمثل في اختراع الكتابة . وكما سبق أن ذكرنا سواء كانوا أول من اخترعها أم شاركهم في ذلك معاصرون لهم من سومريين وصينيين فان ذلك لا يغير بحال من الاحوال من أن اكتشافهم للكتابة كان مستقلا عن غيرهم وفي ذلك يقول المؤرخ العالمي جورج سارتون :

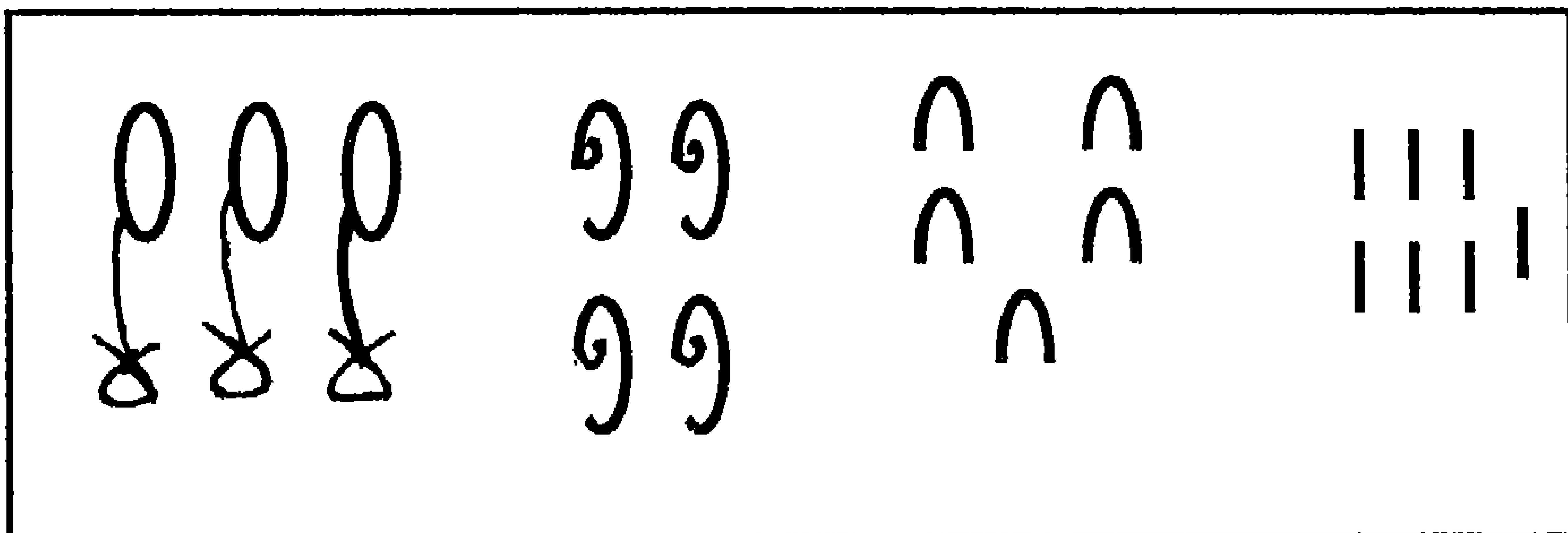
«لقد بدأ المصريون القدماء الكتابة باستعمال صور للتدليل على الأشياء أو الأفكار أو الكلمات ثم اصبحت هذه الصور تدريجيا وبمرور الزمن مصطلحات بسيطة ومعقدة مربوطة على كلمات منطوقة وبذلك اصبحت كل صورة لا تمثل فكرة فحسب بل خطوة حيث استعملوا بعض هذه الرموز للدلالة على العلاقات الساكنة الاولى في الصوتيات ، وهكذا . صار لديهم مجموعة عدتها أربع وعشرون علامة هجائية ولم تزد عن هذا العدد فيما بعد»

على أننا نرى أن اتجاه المصريين القدماء للصور للدلالة على الأشياء قد انعكس أيضا على ترميزهم للأرقام حيث ظهر تأثرهم ببيئتهم من خلال استخدامهم لأشياء بيئية كرموز للأعداد فنجد أنهم قد اتخذوا من الأصبع وعظمة الكعب وفرع الشجرة وزهرة اللوتس والسمكة وغير ذلك رموزاً لأعدادهم .

ونعرض في الشكل التالي لرموز الأعداد التي استخدمها القدماء المصريون :



وعند كتابة العدد بالرموز المصرية القديمة فانه مما لا شك فيه أن المصريين القدماء قد استخدموا نظاما جمعيا تكراريا بمعنى انهم كانوا يكررون الرموز المختلفة بحيث تكون كتابة العدد في النهاية بجميع مدلولات الرموز الكمية والمثال التالي يوضح ماذا نقصد بالمدلولات الكمية للرموز المختلفة عند كتابتهم للعدد ٣٤٥٧ والموضحة بالرموز المصرية القديمة كما يلي :-



نلاحظ في كتابة العدد :

(١)تكرار الإصبع (رمز الواحد) سبع مرات وتعني ٧

(٢)تكرار عظمة الكعب (رمز العشرة) خمس مرات وتعني ٥٠

(٣) تكرار فرع الشجرة الملتوي (رمز المائة) أربع مرات وتعني ٤٠٠

(٤) تكرار زهرة اللوتس (رمز الاف) ثلاث مرات وتعني , ٣٠٠٠

فيكون العدد المكتوب بلغتهم يمثل ٣٤٥٧

والآن لنكتب عددا آخر

عند كتابة العدد ١٠٢٤٣ بالرموز المصرية القديمة يكون على الصورة



وبتفحص المثالين السابقين نستطيع أن نستنتج أن :

١ – مدلول العدد عند المصريين القدماء لا يختلف باختلاف ترتيب الرموز الدالة على مكونات العدد . وهذه دلالة موكدة على أنهم لم يعرفوا نظاما للتسجيل (كنظام المنازل الذي يرجع اكتشافه مؤخرا عن ذلك عندالعرب) .

٢– لم يكن الصفر معروفا كرمز من رموز الأرقام عند المصريين القدماء ويتضح ذلك من المثال الثاني .

وهذا يدعم موقفنا من أن النظام العددي بالمفهوم الرياضي لم يظهر الا مع عصر الحضارة الاسلامية ، فالمصريون القدماء كان لديهم مجموعة من الرموز العددية وأساس للتجميع وهو العشرة لكن بالتأكيد - كما سبق وأوضحنا - لم يكن لديهم نظام للتسجيل يعتمد على صيغة رياضية .

ولنحاول الآن أن نلقي نظرة ولو سريعة على طريقة المصريين القدماء في كتابة الكسور .

بعد أن استوضحنا طريقة القدماء المصريين في كتابة الأعداد يقفز إلى أذهاننا سؤالٌ هام هل عرف المصريون القدماء الكسور؟ والإجابة بالتأكيد نعم إستنادا الى ما يظهر لنا بوضوح من خلال ما نقش على المعابد والاثار المختلفة من مسائل وتطبيقات ، وكذلك العديد من المسائل التي تحتوي على الكسور خاصة في بردية أحمس الشهيرة والتي سنعرض أمثلة من محتوياتها فيما بعد .

على أنه من المؤكد أن كتابة المصريين القدماء للكسور كانت تقتصر على الكسور التي بسطها الوحدة وكان المقام هو الذي يعبر عن الكسر أما الكسور التي يزيد بسطها عن الواحد فكانت تكتب على صورة عدة كسور . بسط كل منها الوحدة بحيث تكافيء بمجموعها مع الكسر المطلوب وبعض الأمثلة التالية توضح كيفية كتابة المصريين القدماء للكسور برموزهم .

١/٤		
١/٣٢		
٢/٥		

لاحظ في المثال الثالث أن رموز كتابه الكسر ٢/٥ عباره عن رمزي كسرين مجموعهما يكافيء الكسر ٢/٥ لكن بسط كل منهما الوحدة وهما ١/٢ ، ١/١٥

ويتضح من قرطاس أحمس أن المصريين القدماء كانت تقابلهم صعوبة كبيرة في تحويل الكسر الذي يختلف بسطه عن الوحدة الى مجموعة كسور مجموعها يكافيء الكسر الاصلي وبسط كل منها الوحدة لذلك فقد كون أحمس جدولا لا ستبدال الكسر الذي يختلف بسطه عن الوحدة الى عدة كسور بسط كل منها الوحدة ليتمكن من يريدمن كتابتها .

هذا وقد ظهر أيضا مثيلا لهذا الجدول في أوراق بردي أخميم . وسوف نتعرض بالشرح والتوضيح للطريقة التي إستخدمها أحمس في تحويل الكسر الذي بسطه يختلف عن الوحدة الى كسرين أو أكثر بسط كل منها الوحدة بعد عرضنا للعمليات الحسابية عند المصريين القدماء مباشرة .

٣-٣-٢/ عند البابليين

تتمثل التوثيقات والاثار البابلية في الرياضيات خاصة ما يتعلق بالرموز الرقمية والعد والأعداد بعدة ألواح لا تتعدى مائتي لوح . وقد جاءت أغلب هذه الالواح من حفريات غير مشروعة لذلك فإننا في عرضنا لأي موضوع رياضي عند البابليين لا نجد الكثير الذي نستند اليه كما هو الحال عند المصريين القدماء ورسائلهم العديدة التي تتمثل في البرديات والرسائل المنقوشة على جدران المعابد لكن مما وصلنا عن النظام العددي عند البابليين نستطيع أن نقول إن العدد عند البابليين كان يكتب بخليط عجيب من أساس التجميع العشري والستيني ونعرض أولا للوحة الآتية والتي توضح الرموز المختلفة التي استخدمها البابليون لارقامهم ولكتابة اعدادهم :

١ : Y	١٠ : ≺	٢٠ : ≺≺	١٢٠ : YY
٢ : YY	١١ : Y≺	٢١ : Y≺≺	١٨٠ : YYY
٣ : YYY	١٢ : YY≺	٣٠ : ≺≺≺	١٨٠ : YYY≺≺

على أنه وكما ذكرنا فان كتابة الأعداد عند البابليين كانت باستخدام خليط من الأساسين العشري والستيني لذلك استخدم البابليون الرمز ليعني ٦٠ أو قواها المختلفة كما استخدموا من قبل رموزا غيرها حيث رمزوا :

ــــ للواحد الصحيح

، + للعشرة

وعموما فإن آخر ما توصلنا اليه في كتابة العدد عند البابليين يتضح من المثال التالي :

لكتابة العدد ٥ , ٣٤٢

۵ × ٦٠	٤ × ١٠	٢	١/٢

ومن الواضح أن رموز البابليين لكتابة الأعداد كانت محدودة وغير متنوعة وهذا يعود لطبيعة الخط المسماري فلم يكن لديهم سوى رمزين فقط (V ، <) لكتابة الأعداد فالرمز الأول لم يقتصر إستخدامه على الواحد فقط بل استخدم أيضاللعدد (٦٠) وقد ذهبوا في أستخدامه لأكثر من ذلك حيث استخدم لقوى العدد ٦٠ ٢ ، ٦٠ ٣ ، . . .و كما يتضح من المثال أن كتابة العدد عند البابلين خليط عجيب من الطريقتين العشرية والستينية ، لكن طريقتهم على كل حال تعد من الطرق الذكية لكتابة الأعداد والتي يتأكد معها أن البابليين بشيء من الصبر والتفكير كان باستطاعتهم الوصول الى مبدأ مرتبة الأعداد أو قل الى نظام التسجيل ذي الصيغة الرياضية فالعدد المكتوب بالمثال ٣٤٢ قد كتب على أساس الصيغة الرياضية

٣٤٢ = ٥×٦٠+٤×١٠ + ٢×١ + ٥ ،

وهذا يؤكد محاولتهم التوصل الى أسلوب التسجيل إلا أننا نعتقد أن عدم

معرفتهم بالصفر أعاق محاولتهم هذه .

و يقول جورج سارتون «مع هذا النقص الواضح في الطريقة السومرية فإنها دلت على درجة من التجريد الحسابي تدعو للدهشة ويستحيل على الباحث أن يعرف أصل إكتشافهم لهذه الطريقة . هل كانوا من الحاسبين العباقرة الذين إستنبطوا هذه الطريقة من تجربة طويلة أو أن الطريقة نفسها شحذت جهودهم نحو حسابات بالغة في التعقيد وتجارب جبرية عالية ؟ ولعل الأمر حدث بتأثير هذيه العاملين كما يقع على الدوام في تطور العلم حيث توحي المجردات الجديدة بتجارب جديدة . والعكس بالعكس» .

٣-٣-٣/ عند الإغريق

يؤكد جورج سارتون من خلال تأريخه لعلوم الإغريق أنهم إستخدموا رموزاً مصرية قديمة في ترميزهم للأعداد لكنه مما لا شك فيه أن الاغريق كان لديهم رموزٌ خاصة بهم لكن هذه الرموز كانت مرهقة جدا في إستخدامها وتنقصها دائما السلاسة إلى حد . بعيد وهذه حقيقة تبدو شديدة الغرابة متناقضةمع مستوى الاكتشافات الرائع للاغريق في الرياضيات .

لقد إستخدموا ٢٧ حرفا لتمثيل الاعداد ، ٢٤ منها مأخوذة من حروفهم الابجدية أما الثلاث الباقية فمن أبجدية أثرية عتيقة كانت لديهم .

ويتضح من الشكل التالي استخدام الاغريق لحروفهم كرموز للاعداد تماما كما بدأ ذلك عند العرب كما سيأتي ذكره فيما بعد وعلى سبيل المثال :-

فإن الحروف الهجائية (بيتا ، ميو . سيجما على الترتيب)

تعني العدد ٢ + ٤٠ + ٢٠٠ = ٢٤٢

شكل يوضح الرموز العددية عند الاغريق

الحرف الهجائي الاغريقي		العدد المقابل بالرموز الحالية
الرمز	القراءة	
α	ألفا	١
β	بيتا	٢
γ	جاما	٣

الحرف الهجائي الاغريقي		العدد المقابل بالرموز الحالية
الرمز	القراءة	
δ	دلتا	٤
ε	إبسيلون	٥
F	ديجاما	٦
ς	زيتا	٧
η	إيتا	٨
θ	ثيتا	٩
ι	أيوتا	١٠
κ	كابا	٢٠
λ	لامدا	٣٠
μ	ميو	٤٠
ν	نيو	٥٠
ζ	اكساي	٦٠
o	أوميكرون	٧٠
π	باي	٨٠
ρ	كوبا	٩٠
ρ	رو	١٠٠
σ	سيجما	٢٠٠
τ	تو	٣٠٠
ε	أبسيلون	٤٠٠

الحرف الهجائي الاغريقي		العدد المقابل بالرموز الحالية
الرمز	القراءة	
φ	فاي	٥٠٠
χ	تشاي	٦٠٠
ψ	أوبساي	٧٠٠
ω	أوميجا	٨٠٠
ϡ	سامباي	٩٠٠
´α		١٠٠٠
´β		٢٠٠٠
´γ		٣٠٠٠
´δ		٤٠٠٠
´ε		٥٠٠٠
´F		٦٠٠٠
´ς		٧٠٠٠
´η		٨٠٠٠
´θ		٩٠٠٠

وفي حاله حاجة الاغريق للضرب × ١٠٠٠ يتم إجراء ذلك باستخدام الرمز الإضافي μ . ولما كانت الابجدية الإغريقية تستخدم في تكوين الأعداد فلك أن تتصور أي مشاكل كان من الممكن أن يثيرها مثل هذا النظام . فمثلا كلمه إغريقية تعني (لماذا!) هي في نفس الوقت تمثل العدد ٣١٨ وأيضا فإن مجموع (ε+ θ) يساوي δ ι هي تعني أيضا إحدى الكلمات اللاتينية مما يزيد الصعوبة الناشئة لتطبيق حقائق الجمع على أن الإغريق أيضا إتخذوا العشرة كأساس للتجميع كما فعلت الحضارة المصرية القديمة لكن رموزهم العددية وتنظيمهم لها يعوزه الكثير من المقومات والصفات المميزة التي تجعله يصل الى مستوى النظام العددي المؤثر والفعال والقابل للإنتشار . ومن ذلك فقد نشأ له نظام منافس في غرب أوربا ١٠٠ م سمي بالنظام العددي الروماني والذي ننتقل إليه الآن .

٣-٣-٤/ عند الرومانيين

رغم أن الرومانيين لم يكن لهم تأثير كبير على المسيرة الرياضية أو اكتشافات تشهد جدارتهم الا أن طريقة كتابتهم للعدد والتي تعتمد على التكرار مازالت رموز أرقامه تستخدم حتى الآن في ترقيم فصول الكتب وبعض الساعات . كذلك فإن الأوربيين حافظوا على هذه الرموز مدة طويلة جدا وظلوا ما يقرب من قرنين ونصف يقاومون النظام العددي الحالي الذي وصلهم من المسلمين بعد فتح الأندلس ، ويؤكدون احتفاظهم بنظامهم الروماني . وظل التنافس قائما طوال هذه الفترة بالرغم من السهوله الواضحة في النظام العددي الاسلامي سواء في تسجيل الأعداد أو إجراء العمليات الحسابية التي تصل الى درجة كبيرة

من التعقيد باستخدام الرموز الرومانيهة ونعود إلى الرومانيين فنقول : إن الرومانيين استخدموا العشرة كأساس للتجميع شأنهم في ذلك شأن من سبقوهم من القدماء المصريين . واللوحة الآتيه توضح الرموز الرومانية للارقام .

I	واحد
V	خمسة
X	عشرة
C	مائة
Φ	الف
L	خمسون
D	خمسمائة

رموز الأرقام عند الرومانيين

وقد استفاد الرومانيون من مفهوم عمليتي الجمع والطرح في كتابه رموز الأرقام وعلى هذا الأساس فقد أعتبروا كتابة الرمز بجوار الرمز الآخر من ناحية اليمين اضافة ومن ناحية اليسار طرحا .

فمثلا : عند كتابة الرقم ٤ نطرح ١ من ٥ أي نكتب رمز الرقم ٥ ونكتب بجواره ومن جهة اليسار رمز الرقم ١ فيكون الرمز الممثل للرقم ٤ على الصورة IV

وعند كتابة الرقم ٦ نضيف ١ الى ٥ أي نكتب رمز الرقم ٥ و نكتب بجواره ومن جهة اليمين رمز الرقم ١ فيكون الرمز الممثل للرقم ٦ على الصورة VI وبنفس الطريقة فإن رمز الرقم ٩ يكون على الصورة IX أي ١٠ - ١

ويكون رمز العدد ٩٠٠ على الصورة CΦ وهكذا . . . . . . والآن ولتوضيح اكثر نكتب عددا بالنظام الروماني وليكن ١٩٤٨ مثلا ويعبر عنه بهذا النظام بالصوره الآتيه : Φ CΦXXXXIIXX

«لاحظ أننا يمكن أن نكتب العدد بصورة أخرى في ظل هذا النظام الروماني» .

كما ابتكر الرومانيون طريقة تمكنهم من كتابة الأعداد الكبير وذلك بوضع خط أفقي فوق العدد ويعني وضع الخط الأفقي أن العدد تحته قد تم ضربه في ١٠٠٠ ومثال ذلك

إذا كان DCL = ٦٥٠

فيكون $\overline{DCL}$ = ٦٥٠٠٠٠

وإذا كان العدد أكبر من ١٠٠٠٠٠٠ ابتكر الرومانيون طريقة لكتابته أيضا بوضع الرمز « ⌐¬ » أعلى الرقم ومثال ذلك

⌈DCL⌉ = ٦٥٠٠٠٠٠٠

= ٦٥ مليون

وهذا بالطبع يميز ترميزهم حيث مكنهم من اختصار رموز العدد فالأعداد الكبيرة كان تحتاج منهم الكثير من الرموز تم اختصارها بابتكار هذه الطرق .

ونستطيع أن نخرج بالملاحظات التالية على الترميز وكتابة العدد عند الرومانيين :

١ - لقد اشتقوا فكرة تكرار رمز معين بقدر ما يحتاجون في رتبته من نظام الترميز وكتابة الاعداد عند المصريين القدماء فهناك تشابه كبير بين كتابة الأعداد بالفكرين .

٢- بالتأكيد كان لدى الرومانيين كما كان للبابليين من قبلهم بواكيراستخدام نظام التسجيل بالمنازل أو نقول إستخدام القيمة الموضعية للعدد ذلك لأنهم عند كتابة العدد (أقل من ٥) نضع رمز العدد ١ الى يمين رمز العدد ٥ وعند كتابة العدد ٦ (أكبر من ٥) نضع يسار العدد ٥ رمز العدد ١

٣- استخدم الرومانيون أساسين للتجميع ٥ ، ١٠

٤ - استطاع الرومانيون كتابة الاعداد الكبيرة بأسلوب سهل ودون تكرار كبير للرموز قد يؤدي الى الخطأ .

٣-٣-٥/ عند العرب

(قبل الحضارة الاسلامية وفي زمن الرسول صلى الله عليه وسلم)

قبل حديثنا عن نظام العد الحالي وأثر الحضارة الاسلامية في مسيرة هذا النظام وكيف كان لعلماء المسلمين الفضل الأول في الوصول الى نظامي العد المستخدمين في أوروبا أو في بلاد المشرق حاليا الابد لنا أن نعرض علي القارىء كيف كان العد عندالعرب قبل اكتشاف نظام العد الحالي .

لقد كان للعرب في زمن الرسول صلى الله عليه وسلم وقبله حروف عربية لا تختلف عن الحروف في القرون اللاحقة وقد استعمل العرب هذه الحروف العربية الهجائية للتعبير بها عن الأعداد وقد اخترنا لك الجدول التالي جدول رقم (٤) للتوضيح وحتى تتبين لك الاحرف الهجائية التي استخدمها العرب في العد والمدلول العددي لكل منها .

وبالطبع فقد كان استخدام هذه الأحرف للدلالة على الأعداد غاية في الصعوبة أيضا مما دفع علماء المسلمين إبان عصر الحضاره الاسلامية في البحث والمحاولة لإكتشاف نظام عددي أكثر سهولة وهذا ما سوف نقصه عليه بعد ذلك .

جدول يوضح استخدام الحروف الهجائية
للترميز للأعداد عند العرب

آحاد	ا	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
عشرات	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠
مئات	ي	ر	ش	ت	ت	خ	د	ص	ط
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠
ألوف	غ	بغ	جغ	دغ	هـغ	وغ	زغ	جغ	طغ
	١٠٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	٦٠٠٠	٧٠٠٠	٨٠٠٠	٩٠٠٠
عشرات ألوف	يغ	كخ	لغ	مغ	تغ	سخ	عغ	فغ	صغ
	١٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	٦٠٠٠	٧٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٩٠٠٠٠
مئات ألوف	قغ	رغ	شغ	تغ	نغ	خغ	ذغ	ضغ	ظغ
	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٣٠٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	٧٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٩٠٠٠٠

جدول قم (٤)

ولتوضيح أكثر فأن العرب إذا أرادوا كتابة عدد ما وليكن هذا العدد على سبيل المثال بالرموز الحالية (٣٢١) فإنهم يستخرجون من الجدول الحروف المقابلة لمكوناته على النحو التالي

العدد بالرموز الحالية	١	٢٠	٣٠٠
	↓	↓	↓
العددبالحروف الهجائية	أ	ك	ش

وعلى ذلك فإن صورة العدد ٣٢١ عربيا (وقبل عصر الحضارة الإسلامية) هى | ا ك ش |

وتكون الصورة | ى د | تعني العدد ١٤ بالرموز الحالي انظرالجدول

، « | ق ى ح | تعني « ١١٨ « « انظر الجدول

٣-٤/ الرموز الاسلامية وقصة النظام العددي الحالي

من خلال استعراضنا للرموز ونظم العد قبل الحضارة العربية الاسلامية لا شك أنك تدرك أيها القاريء مدى الصعوبة التي تترتب على استخدام هذه الرموز على اختلاف حضاراتها ، وكيف أنه باستخدام الرموز السابقة ظهر تعقيد أكثر في المشكلات الرياضية المختلفة ولعل عرضنا فيما بعد لبعض المشاكل الرياضية خلال العصور المختلفة دليلا قويا على صحةهذا الادراك .

لكننا اليوم نستطيع اجراء الكثير من العمليات الرياضية الأساسية في سهولة ويسر ودون ما حاجة الى خبرة رياضي محنك أو استخدام المعداد أو الجداول لإجراء هذه العمليات البسيطة كما كان يحدث في العصور السابقة .

وفي ضوء ما سبق سوف يتبادر للذهن التساؤلات الهامة والملحةالآتية :-

متى ؟ وأين بدأت الرموز المستخدمة حاليا؟

وكيف بدأ اكتشاف نظام عددي ذي مفهوم رياضي صحيح؟ وفي أي عصر تم ذلك ؟ ونقصد بالرموز الحالية تلك التي نستخدمها في حياتنا اليومية أما النظام العددي الرياضي الصحيح الذي نقصده فهو النظام الذي يمتلك تلك الرموز وله أساس تجميعي (١٠) ويستخدم الأسلوب الحالي في التسجيل (نظام المنازل) .

وللإجابة عن هذين السؤالين بشيء من الدقة والتفصيل لابد لنا من العودة إلى حضارات سابقة كان لها كبير الأثر على مسيرة الرياضيات عبر العصور كما يؤكد ذلك الكثير من علماء التاريخ .

وخلال عودتنا عبر التاريخ الى ماقبل ٢١٠٠ سنة من الآن لنمر بالهند ثم بالدولة الاسلامية المترامية الأطراف والتي كانت جسر الاتصال التجاري والفكري بين الشرق والغرب لنسرد من خلال هذا المرور قصة العد والاعداد .

في عام ٢٠٠ قبل الميلاد تقريبا كان هناك حاكم قوي في بلاد الهند يسمى أسوكا وكان يدين بالبوذية ويتعصب لها فأمر بإقامة ألواح خاصة تحفر عليها تعاليم البوذية حتى يمكن حفظ هذه التعاليم على مر العصور ورغم أنه لم يبق من هذه الألواح حتى الآن سوى ٣٠ لوحا الا أنه قد وجد على هذه الالواح بعض رموز ومنها ما يستخدم اليوم (موضحة بالشكل التالي) :

1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	20	30	50	100

وبعد وفاة أسوكا بنحو ١٠٠ سنة كاملة وحوالي سنة ١٠٠ ق .م ظهرت بعض النقوش على حوائط أحد الكهوف في تل نانامات بالقرب من مدينة بومباي وشملت هذه النقوش فيما شملت بعض الرموز العددية (موضحة بالشكل التالي) :

1	2	3	5	8	10	30	100	1000

وفي عام ١٠٠ ميلادي أي بعد حوالي ثلاثة قرون من حكم أسوكا وفي أحد المعابد التي يقدسها الهندوس بإحدى المناطق بالهند وجدت نقوش تحتوي أيضا على رموز عددية مازالت تستخدم حتى الآن (موضحة بالشكل التالي) :

4 6 50 200 256

كما يؤكد بعض علماء التاريخ أن الهنود استخدموا رمزا للصفر منذ عام ٨٧٦م واستخدموا له كلمة (Sunya) سونيا وتعني باللغة الهندية الخالي أو الفارغ .

ولنترك الهند لننتقل عبر التاريخ الى الدولة العظمى والحضارة الاسلامية المتميزة و التي قامت بعد بعث النبي محمد عليه الصلاة والسلام وبعد وفاته عام ٦٣٢م وامتدت حدودها من الهند الى المحيط الأطلسي ومن شمال أفريقيا حتى جبال البرانس والتي من خلالها برز دور المسلمين التاريخي والمؤثر في النظام العددي المستخدم حاليا وهو موضوع طويل تضاربت فيه الأقوال نقصد أقوال وآراء مؤرخي الرياضيات ، فمنهم من أكد أن العرب وعن طريق تجارتهم خاصة في عهد الخليفه عثمان بن عفان رضي الله عنه قد أخذوا الرموز العددية عن الهنود وكونوا منها سلسلتين عرفت احداهما بالأرقام الهندية وهي التي تستعمل في معظم الأقطار العربية والاسلامية وهي (٠, ١, ٢, ٣، . . . . .٩) . أما السلسلة الأخرى فتعرف بالأرقام الغبارية

وهي التي انتشرت في أوروبا ومازالت حتى الآن من خلال فتح العرب للأندلس كما تستخدم حاليا في بلاد المغرب العربي وتسمى حاليافي أوربا بالأرقام العربية (Arabic Digits) وهي (0,1,2,3,4,5,6....9) .

ومنهم من أكد أيضا من خلال آرائه أن هذه الرموز عربية وليست هندية ، وفي ذلك يقول أحد الشعراء العرب إن الرموز التسعة للأرقام العربية تقترب في شكلها من أشكال بعض الحروف العربية ونظم في ذلك الأبيات التالية :

الف وحاء ثم حج بعده عين وبعد العين عو ترسم
هاء وبعد الهاء شكل ظاهر يبدو كخطاف إذا هو يرقم
صفران ثامنها قد ضما معا والواو تاسعها وبذلك تختم

ويقصد أن رمزالعدد١ يشبه الحرف أ و رمز العدد ٢ يشبه الحرف ح ورمز ورمز العدد ٦ يشبه الحرف هاء العدد ٧ يشبه الخطاف ورمز العدد ٨ يشبه صفرين فوق بعضهما ورمز العدد ٩ يشبه حرف الواو

كما أن المؤلف المشهور (رام لاندو) في مقالته بعنوان مآثر العرب في علمي الرياضيات والفلك في مجلة العالم العربي يقول «ان أول كتاب كتب واستعملت فيه الاعداد كان عام ٨٧٤م وطبع في البلاد الأسلامية وظهر كتاب مشابه في الهند استعملت فيه الاعداد العربية أيضا في عام ٨٧٦م أي بعد سنتين من الكتاب العربي» .

وقد أكد ذلك الدكتور بشير التركي المدير المسؤول عن تحرير مجلة المعلم ، في مقال بعنوان « الأرقام العُربية» حيث قال :

«لقد ثبت أن الأرقام المستخدمة في العالم أجمع سواء العربية أو العربية الغبارية هي كلها عربية الأصل ، فكتابة الأرقام والتكلم بها يشكل عنصرا مهما في حضارة أمتنا الأسلامية . ولو افترضنا جدلا أن الهنود هم المكتشفون للأرقام فإن المسلمين هم الذين استخدموها في عملياتهم الحسابية وهم الذين بدأوا في نشرها في جميع أنحاء العالم» .

أما (كارل بوير) وهو من علماء تاريخ الرياضيات فيقول في كتابه تاريخ الرياضيات «إنه بدون اكتشاف العرب للأعداد العربية كان من الممكن أن تكون الرياضيات الآن في مهدها» .

وهذا تأكيد لأن الرموز العددية المستخدمة حاليا في جميع أنحاء العالم هي بالتأكيد من اكتشاف المسلمين وبكل فكر رياضي وبحيدة تامة يتصف بها المؤرخ فإننا وبدعم من هذه الآراء وغيرها الكثير نؤكد أن رموز الأعداد الحالية بصورتيها المنتشرتين في العالم أجمع هي رموز أعداد بتوفيق من الله من صنع المسلمين وحتى إن ذهب البعض إلى أن بعضا من هذه الرموز هندية فانه بالتأكيد قد قام المسلمون بتهذيبها وتغيير طريقة كتابتها بحيث تتصف بسهولة الاستعمال والجمال والطابع المنطقي الذي تميزت به على سائر الرموز الأخرى خاصة تلك التي كانت منتشرة في أوروبا باسم الأعداد الرومانية . وكذلك فان أسلوب التسجيل (نظام المنازل) الذي اكتشفه المسلمون هو الذي مهد لهذه السهولة سواء في الاستعمال أو الفهم .

(انظر الشكل الموضح لتطور رموز الارقام) .

وعموما لم يتوقف المسلمون عند اكتشاف الأرقام بل زاد اكتشافهم من

تشوقهم وولعهم بدراسة أكثر واستفاضة لعلم الأعداد . فقسموا الأعداد إلى قسمين أساسين الزوجي ، والفردي ووضعوا تعريفا دقيقا لكل منهما(الزوجي هو الذي يقبل القسمة على ٢) ثم انتقلوا ليقسموا الاعداد بتقسيم اخر يشمل ثلاث فئات منها التام أو الزائد و الناقص ، ووضعو تعريفا رياضيا دقيقا لكل منها كالاتي :

* العدد التام يساوي مجموع قواسمه (مثل العدد ٦)

* العدد الزائد اقل من مجموع قواسمه (مثل العدد ١٢)

* العدد الناقص اكثر من مجموع قواسمه (مثل العدد٨)

وأيضا اهتم العرب بالأعداد المتحابة والتي بدأها من قبلهم فيثاغورث الإغريقي وأكملوا مسيرة الفيثاغورثين وغيرهم من علماء الاغريق في نظرية الأعداد فاهتموا بالمتسلسلات والمتواليات العددية التي سيرد ذكرها وأمثلة عنها وعن مجهوات العرب فيها بالتفصيل عند دراسة الجبر .

٣-٤-١/ إكتشاف الصفر

كما سبق أن ذكرنا يؤكد بعض علماء التاريخ أن الهنود عرفوا الصفر وأطلقوا عليه اسم صونيا وتعني المكان الشاغر ، ويدعون أن العرب نقلوه بالتجارة تماما كما حدث في الأعداد على حد زعمهم ، لكن الوثائق التاريخية تؤكد أن استخدام العرب للصفر كان عام ٨٧٣ بينما استخدمه الهنود عام ٨٧٦ مما يجعلنا أكثر ترجيحا أن نؤكد أن الصفر من الاكتشافات العربية الاسلامية حيث عبروا عنه بدائرة ومركزها ثم مالبث هذا التعبير أن اختصر حيث استخدم

المشرق (مصر وشرقها من بلاد المسلمين) النقطة (المركز) للتعبير عن الصفر(٠) واستخدم العرب (غرب مصر من بلاد المسلمين)الدائرة نفسها دون المركز للتعبير عن الصفر(٠) وفي ذلك يقول الدكتور توفيق الطويل في كتابه «العرب والاعداد» «سواء الدائرة أو مركزها والتي تعبر كل منها عن الصفر هي من اختراع المسلمين وهم الذين طوروه الى الدرجة التي أصبح العالم الآن لا يمكنه الاستغناء عن الصفر» .

ولا يخفي عن القارىء أهمية اكتشاف العرب المسلمين للصفر فقد أدى هذا الاكتشاف الى احداث تبسيط هائل في علم الحساب عامة والعمليات الحسابية خاصة وليس هناك أدنى مبالغة اذا قلنا إن اكتشاف الصفر يمثل احدى نقاط التحول الهامة في تطور الرياضيات بل يذهب بعض العلماء والمؤرخين الكبار الى أن الصفر ان لم يكن أهم الاكتشافات الرياضية على مر العصور فهو بالتأكيد من أهم دعائم الاكتشافات الراياضية وركائز تطور الفكر الرياضي .

تطور الرموز العددية
حتى الرموز الحالية

/	//	///	////..X	/X	//X	XX	/XX	ɂ	/ɂ	3	ɂ3	ɂ33	٨
1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	20	30	50	100

(١) رموز أرقام من القرن الثالث قبل الميلاد-(الهند ٣٠٠ ق .م)

+	ع	G ᐧᐧ J	ط	طGع
4	6	50	200	256

(٢) رمـــوز أرقــام القـــرن الأول المـــيــلاد (الهند ١٠٠م)

1	2	3	ي	۶	6	7	8	9

رموز أرقام غبارية - القرن العاشر الميلادي (المغرب العربي)

١	م	٣	عمر	ه	4	٧	٨	٩	.

رموز أرقام - القرن العاشر الميلادي (مصر والمشرق العربي)

1	ح	3	عمر	4	6	٨	8	9

(٥) رموز أرقام بالقرن الحادي عشر الميلادي (الاندلس ١١٠٠م)

1	2	3	ደ	ع	٤	1	8	9	0

(٦) رموز أرقام - القرن الخامس عشر الميلاد أوروبا (١٥٠٠ م)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

(٧) رموز أرقام- القرن السادس عشر الميلادي (أوروبا ١٦٠٠م)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

(٨) رموز العد الحالية (أوروبا في القرن العشرين)

٣-٤-٢/ اكتشاف الكسور العشرية :

من أهم النتائج التي ترتبت على اكتشاف الصفر ظهور الكسر العشري والذي بالتالي كان له الفضل الأول في اختراع الحسابات الإلكترونية . وقد يذهب الكثيرون من مؤرخي الرياضيات إلى أن الرياضي الفلمنكي سيمون ستيفن (Sumon Stiven) (١٥٤٨-١٦٢٠) في شمال هولندا هو مبتكر الكسور العشرية بالرغم من أن الصينيين استخدموها قبله بقرون عديدة وأيضا استخدمها قبل ستيفن كل من رودولف وايبان وغيرهما ، لكن معرفة هؤلاء بالكسور تبقى ناقصة في حين أن استيفن قصد متعمدا إفراد عرض خاص لموضوع الكسور العشرية ، أي أنه قبل ستيفن لم تكن هناك أي محاولة تقترب من المستوى الذي وصل إليه هذا الرياضي ، فالسابقون كانت لديهم في أحسن الأحوال معرفة ما بالكسور العشرية فقط وليس اكتشافا منظما لموضوعة من أهم موضوعات المعرفة الرياضية .

رغم تزكية هذا العالم الفلمنكي في اكتشاف الكسورالعشرية فإن . عام ١٩٤٨ بالتحديد حمل مفاجأة كبيرة للمؤرخ الالماني الشهير لوكي (Lockey) الذي توصل الى أن كتاب (مفتاح الحساب والرسالة المحيطة) للكاشي المتوفي «١٤٣٧» أي قبل ستيفن بحوالي ١٥٠ عاما يتضمن عرضا للكسور العشرية لا يقل مطلقا عما قام به ستيفن ولما كانت وثائق لوكي مؤكدة في هذا الصدد فقد انضم المؤرخون الى رأيه شيئا فشيئا . ونسبوا إلى الكاشي ابتكار الكسور العشرية وفتحوا الطريق بذلك أمام اللاحقين من المؤرخين لإعادة كتابة تاريخ ابتكار الكسور العشرية إحقاقا للحق وتأكيدا لأحقية العالم المسلم الكاشي في هذا الابتكار .

٣-٥/ أساليب إجراء العمليات الحسابية عبر العصور

٣-٥-١/ البداية وعصر الطفولة :

بعد أن أتممنا بحمد الله سرد قصة العد والأعداد وكيف توصلت البشرية للنظام العددي المستخدم حاليا سواء كان هذا الاستخدام في المشرق أو المغرب ، وتأكدنا بما لا يقبل الشك أن الفضل في انتشار هذا النظام العددي شرقا وغربا يرجع بدرجة كبيرة لعلماء الحضارة الاسلامية وأنه مازال يطلق على الأرقام في أوربا كاملة الأرقام العربية لعلنا بحاجة مع قارئنا إلى أن نلقي ضوءاً على تطور العمليات الحسابية خاصة تلك العمليات الأربع التي يطلق عليها العمليات الأساسية وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة . وبالطبع فإن تتبعنا لاكتشاف هذه العمليات واسلوب اجرائها عبر العصور المختلفة سيكون عن طريق ما وصل المؤرخون المكتشفون من وثائق وأسانيد يستطيعون من خلالها عرض الأساليب المختلفة لاجراء العمليات . لكنهم بلا شك وكما سبق وأن أكدنا لن يجدوا ما يساعدهم في ذلك من توثيقات الا ما بعد ٣٥٠٠سنة قبل الميلاد وهو تاريخ أول وثيقة رياضية وجدت عند المصريين القدماء . أما فترة ما قبل التاريخ فلعل الغالب فيها هو الحدس والتخمين .

وكما يقول جورج سارتون في كتابة تاريخ العلم :

«نستطيع أن نستنتج مقدار المعرفة التي وصل اليها بعض الاقوام البدائيين من بقايا انتروبولوجية ، ومما تنبىء به أقدم المرئيات حتى اذا ظهر الإنسان على مسرح الحياة الفيناه حاذقا لكثير من الفنون خبيرا بكثير من الحرف ، ملما

كذلك بكثير من المعارف والحيل» .

وهذا يؤكد أنه في المراحل البشرية الأولى كانت المعرفة ذات صفة عملية قائمة على التجريب في صور مبدئية غير ناضجة لا نستطيع أن نطلق عليها علما ، فهي ضئيلة غير كاملة تقوم على الرغبة في الاستطلاع وهذا ما كان للاكتشافات الرياضية في عصر طفولتها وما ينسحب بالتالي على موضوعنا في تطور العمليات الحسابية .

فلا شك ايها القارىء أنك تتوقع معنا أن ظهور العمليات الاساسية في عصر الطفولة الرياضية كان طبيعيا غير مقصود ، ففكرتا الجمع والطرح واردتان وفي رأينا فإن حقيقة الحياة والموت ترتبط بالجمع والطرح وابسط ما نذهب اليه في ذلك انه اذا كان البدائيون يعدون الاشخاص أو الدواب بواسطة أعواد صغيرة أو حصى فإن زيادة الاشخاص تقتضى إضافة أعواد أو حصى ، وهذا في حد ذاته اسلوب للجمع كما أن النقص في الأشخاص أو الدواب يحتاج لنقص في الحصى أو الأعواد وهذا أيضا أسلوب للطرح .

وبالطبع فإننا نستطيع أن نسترسل في تصورنا للمعرفة البدائية لأسلوب الجمع والتطور الطبيعي له الذي يقود بلا شك الى تكرار هذه العملية ليصل بها الى أول أساليب الضرب . كذلك فإننا نعتقد أن إجراء القسمة فكرة قديمة جدا مع بداية البشرية إن اختلف اسلوبها لكننا نؤكد أخيرا على البدائية التامة في هذه الأساليب وصعوبة العمليات خاصة وأنه لم يكن هناك ما يساعد على اجرائها من رموز ثابتة للارقام يمكن استخدامها أو تسجيلها .

وننتقل الآن لنعرض الأساليب الاجرائية للعمليات الحسابية عبر العصور

٣-٥-٢/ عند المصريين القدماء.

لا شك أن معظم فروع المعرفة الرياضية الأساسية قد اكتشفت في هذا العصر أو على الاقل نستطيع أن نقول إن علماء هذا العصر قد تعاملوا مع معظم الموضوعات الرياضية الأساسية ، وتركوا ما يؤكد ذلك من خلال آثارهم المنتشرة والموجودة مما يجعل التوثيق والتأكيد سمة بارزة لأقوال المؤرخين عن هذا العصر ، فنجد أن الآثار المصرية القديمة والبابلية والصينية تزخر بالكثير الكثير من المسائل التي توضح الأساليب المختلفة التي استعملتها هذه المدارس في اجراء العمليات ولنبدأ بأساليب المصريين القدماء في اجراء العمليات الحسابية .

إن أهم مرجع رياضي هو قرطاس أحمس الذي اكتشفه رانيد في عام ١٨٥٨ وترجمه ايزنلور سنة ١٨٧٧ ويعتقد أن ماورد بهذه البردية من معلومات يرجع الى حوالي سنة ١٧٠٠ قبل الميلاد .وتحتوي بردية أحمس على سبع وثمانين مسألة موزعة على خمسة أبواب . فيما يختص الباب الأول بالعد والأعداد فالباب الثاني يختص بالعمليات الأربعة الأساسية .

ويظهر هذا المرجع أن أسلوب الجمع عند المصريين القدماء كان عملية آلية إذ هو مجرد ضم رموز الأعداد المجموعة بعضها مع بعض . وفي حالة زيادة عدد الرموز زيادة كبيرة يمكن استبدال مجموعة رموز برمز واحد مكافئ لها . وأضا فإن عملية الطرح هي مجرد محو رموز من المطروح منه مماثلة تماما لرموز المطروح .

وقد استخدم المصريون القدماء رموزا للدلالة على عمليتي الجمع والطرح وعلاقة التساوي ، فقد رمزوا للجمع بقدمين يتجهان من اليمين الى اليسار ورمزوا للطرح بقدمين يتجهان من اليسار الى اليمين .

رمز عملية الطرح	رمز عملية الجمع

أما علاقة التساوي فقد رمزوا لها بالرمز

وكمثال فإن كتابة معادلة الجمع ٣٢٧ + ١٥٢ = ٤٧٩ يعبرعنها بالصورة :

أما عملية الضرب فإن أسلوب المصريين القدماء والذي يستدل عليه من المسائل المعروضة بقرطاس أحمس يؤكد اعتبارهم للضرب جمعا متكررا وهي ما تعرف بطريقة التضعيف .

والمثالان التاليان يوضحان الأسلوب المستخدم في إجراء عملية الضرب

عند المصريين القدماء .

مثال (١)

في حالة ايجاد ناتج ضرب ٢٣ × ١٥

فان أسلوب الإجراء يسير كما يلي

العدد الاكبر	المضاعفات
٢٣	١
٤٦	٢
٩٢	٤
١٨٤	٨

فيكون حاصل الضرب = ٢٣+٤٦+٩٢+١٨٤=٣٤٥

وهو ناتج جمع الجزئيات المناظرة للمضاعفات : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨

أي ١٥ ضعفا .

و خلاصة الطريقة هي تضعيف العدد ٢٣ حتى نستطيع الحصول على ١٥ ضعفا له مؤكدين على أن عملية الضرب تكرار لعملية الجمع .

مثال (٢)

لضرب ١٣٧ × ٢١

الضـــــرب ١٣٧ × ٢١

١٣٧*	١	←
٢٧٤	٢	
٥٤٨*	٤	←
١١٩٦	٨	
٢٣٩٢*	١٦	←

فيكون حاصل الضرب = ١٣٧ + ٥٤٨ + ٢٣٩٢ = ٣٠٧٧

ناتج جمع الجزئيات المناظرة ١ ٤ ١٦ أي ٢١ ضعفا للمضاعفات .

أما اسلوب عملية القسمة عند المصريين القدماء فكان يعتمد على التضعيف ، ثم استخدموا بعد ذلك اسلوب التضعيف والتنصيف للوصول الى خارج القسمة .

ونوضح مقصودنا بذلك بالمثالين التاليين

مثال (١)

عند قسمة ٥٩ ÷ ٧

المقسوم عليه	مرات التضعيف
٧	١
١٤	٢
٢٨	٤
← ٥٦	٨ *
١١٢	١٦

لإيجاد خارج القسمة نجد أن أقرب عدد إلى المقسوم (٥٩) يوجد في العمود الأول هو (٥٦) و التضعيف المقابل له هو ٨

فنضع ٥٩ = ٥٦ + ٣

يكون ٥٩ ÷ ٧ = ٨ وهو المضاعف المقابل للعدد ٥٦ والباقي ٣

مثال (٢)

لإيجادخارج قسمة ٤٣٢ ÷ ٢٥ فإن الاسلوب الاجرائي المتبع هو

المقسوم عليه	مرات التضعيف
← ٢٥	١ *
٥٠	٢
١٠٠	٤
٢٠٠	٨
← ٤٠٠	١٦ *
٨٠٠	٣٢

المقسوم هو ٤٣٢ = ٤٠٠ + ٣٢

= ٤٠٠ + ٢٥ + ٧

ويكون ٤٣٢ ÷ ٢٥ = ١٦ ، ١ مضاعفات والباقي ٧

أي أن النتاتج يساوي ١٧ والباقي ٧

وبعد أن اكتشف المصريون القدماء الكسور استخدموا في القسمة طريقة أخرى هي طريقة التضعيف والتنصيف كما في المثال التالي :

مثال (١)

لإيجاد خارج قسمة ٣٩ ÷ ٨ فإن أسلوب التضعيف والتنصيف المتبع هو :

	المقسوم عليه	مرات التضعيف والتنصيف	
	٨	١	
	١٦	٢	
←	٣٢	٤	*
←	٤	$\frac{١}{٢}$	*
←	٢	$\frac{١}{٤}$	*
←	١	$\frac{١}{٨}$	*

٣٩ = ٣٢ + ٧

= ٣٢ + ٤ + ٣

= ٣٢ + ٤ + ٢ + ١

فيكون خارج قسمة ٣٩ ÷ ٨ = ٤ ، ١/٢ ، ١/٤ ، ١/٨

(وهي مرات التضعيف والتصنيف المقابلة)

(الكسور الثلاثة بسطها الوحدة حتى يمكنهم تمثيلها برموزهم)

مثال (٢)

خارج قسمة ٣٧٨ ÷ ٢٨

المقسوم عليه	مرات التضعيف
٢٨	١
٥٦	٢
١١٢	٤
٢٢٤	٨
١٤	١/٢
٧	١/٤

٣٨٧ = ٢٢٤ + ١٥٤

= ٢٢٤ + ١١٢ + ٤٢

= ٢٢٤ + ١١٢ + ٢٨ + ١٤

فيكون خارج قسمة ٣٧٨ ÷ ٢٨ = ٨ ، ٤ ، ١ ، ١/٢

أي أن خارج القسمه = ١٣ ١/٢

من الأمثلة السابقة يتضح لنا أسلوب المصريين القدماء المستخدم في إجراء عمليتي الضرب والقسمة هو الذي أطلقنا عليه أسلوب التضعيف أو التضعيف والتنصيف لكنهم – وفي وقت لاحق – أتموا تطوير هذا الاسلوب الى أسلوب أسهل وهو الاسلوب الذي استخدم في روسيا نقلا عنهم وعرف باسلوب الفلاحين الروس لاجراء عمليه الضرب . والأمثلة التالية توضح أسلوب الفلاحين الروس في الضرب .

أولا : إذا كان العددان المطلوب ضربهما فرديين معا

يسير العمل بالاسلوب الآتي .

* ينصف العدد الأول مع إهمال الكسور ويضاعف العدد الثاني (يفضل البدء بالعدد الاكبر كأول)

* تستمر العملية حتى نصل في عمود العدد الأول الى الواحد الصحيح

* نحذف كل عدد زوجي في مضاعفات العدد الثاني إذا قابله عدد زوجي في منصفات العدد الأول

* نجمع ما تبقى من مضاعفات الثاني فيكون هو حاصل الضرب

فإن أردنا إجراء عملية الضرب ٣٥ × ٢٣ فإننا نسير على الخطوات السابق توضيحها كما يلي :

٣٥	٢٣	
١٧	٤٦	
٨	٩٢	تحذف
٤	١٨٤	تحذف
٢	٣٦٨	تحذف
١	٧٣٦	
	٨٠٥	

حاصل الضرب = ٧٣٦ + ٤٦ + ٢٣ = ٨٠٥

ثانيا : إذا كان العددان زوجيين معا تستخدم نفس الطريقة السابقة تماما دون تعديل .

ثالثا : إذا كان العددان أحدهما فردي والآخر زوجي فإننا نستخدم نفس الطريقة لكن بداية العمل تكون بأخذالعدد الفردي أولا فعند إيجاد حاصل ضرب ٣٥ × ٢٤ فإننا نسير على الخطوات السابق توضيحها كما يلي :

٣٥	٢٤	
١٧	٤٨	
٨	٩٦	تحذف
٤	١٩٢	تحذف
٢	٣٨٤	تحذف
١	٧٦٨	
	٨٤٠	

ويكون حاصل الضرب = ٢٤ + ٤٨ + ٧٦٨

= ٨٤٠

٣-٥-٣/ عند البابليين

لعل كل التوثيقات التي يرجع اليها علماء الرياضيات والمهتمون منهم بتاريخ الرياضيات عند البابليين تتمثل في تلك الالواح التي اكتشفها العالم هلبريشت والتي أكدت أن البابليين كانت لديهم جداول يستخدمونها في عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة ، وايضا في الجذور وبعض العمليات الحسابية الاساسية . وهي تشبه الى حد كبير الجداول المستخدمة الى وقت قريب والتي كانت تسمى بجداول اللوغاريتمات لكن صورتها تختلف كثيرا من حيث الرموز وبساطة العمليات .

ويؤكد جورج سارتون في كتابه تاريخ العلم أن هذه الالواح الرياضية التي توصل اليها علماء التاريخ قد سطرت عليها جداول مختلفة للعمليات الحسابية والتي كانت تستخدم في العصر البابلي وتبلغ حوالي مائتي لوح تقريبا ، لكنها لا ترقي لدرجة التوثيق الفرعوني من خلال البرديات المعروفة كما كان للنظام العددي المستخدم والذي سبق ايضاحه باستخدام خليطا من الاساسين العشري والستيني إسهاما كبيرا في الصعوبة البالغة لإجراء العمليات الحسابية من خلال تلك الجداول . ولا يهمنا هنا الا ان نوضح أن البابليين قد عرفوا قديما العمليات الاربع الحسابية ، واستخدموا الجداول في اجرائها وعلى ذلك فليس هناك من أساليب اجرائية لهذه العمليات كي تتفحصها بالدراسة والتحليل .

٣-٥-٤/ عند الاغريق

من البديهي أن الاغريق باكتشافاتهم الرياضية الكثيرة والوفيرة - خاصة في نظرية الاعداد والهندسة - قد احتاجوا الى الرموز العددية لاستخدامها في البحث والدراسة ويؤكد جورج سارتون على ذلك قائلا «قام حساب فيثاغورث على اساس استعمال النقاط المرسومة في الرمل أو الحصا التي يمكن تجميعها بسهولة في مجموعات مختلفة ثم استطاع بعد ذلك اجراء تجارب حسابية كثيرة باستخدام العد بالحصى حتى توصل الى مجموعات من الاعداد لها خصائص عجيبة «ثم يستطرد اذا كان فيثاغورث إستخدم الاعداد فاكبر الظن أنه استعمل الرموز العددية التي استخدمها المصريون القدماء . لكن علماء الرياضيات يؤكدون أن الإغريق قد فرقوا بين نوعين من الدراسات على الاعداد أولها مجرد ويختص بخواص الاعداد والعلاقات بينها وأطلقوا عليها (Arithmetic) وهي أقرب الى ما نسمية الآن بنظرية الأعداد ، وثانيها يتعلق بالاستخدام العلمي للاعداد الذي يتضمن اجراء العمليات الاربعة الاساسية الجمع والطرح والضرب والقسمة وأطلقوا عليه (logistic) وتعني الحساب السوقي .

كما يؤكد علماء التاريخ علي أن لوحات العد (ما يعرف اليوم بالمعداد) لكن بصورة بدائية انتشرت أيام الاغريق واستخدموها في اجراء العمليات الحسابية وهناك جدول للضرب يعرف في كثير من اللغات باسم الجدول الفيثاغورثي ويرجع تكوينه الى العالم الاغريقي فيثاغورث (آخرين من علماء الرياضيات يذهب الى أن جدول الضرب لم يكن من اختراع فيثاغورث لكن كان هناك جداول أخرى متقدمة عليه) .

واستخدام جدول الضرب لفيثاغورث (مطبوعا بالرموز العددية الحالية) هو

غاية في الوضوح والسهولة وهو يشبه الى حد كبير الجداول المستخدمة حاليا في دراسة العمليات الرياضية في فرع الجبر الحديث .

(جدول الضرب الفيثاغورثي)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

جدول رقم (٥)

واليك المثال التالي يوضح طريقة الضرب عند الأغريق :-

٤	٣	٢		
٦	٥	١	ابدأ بالضرب في (١)	المئات
٤٠٠	٣٠٠٠	٢٠٠٠٠		
٣٠٠	١٥٠٠	١٠٠٠٠	اضرب في (٥)	العشرات
٢٤	١٨٠	١٢٠٠	اضرب في (٦)	الاحاد
٦٢٤+	٤٦٨٠ +	٣١٢٠٠	اجمع	٣٦٥٠٤

ويجب التأكيد أنهم كانوا يعودون إلى جداول الضرب للحصول على حواصل الضرب الجزئية الموضحة .

٣-٥-٥/ عند الرومانيين

لقد أكدنا سابقا وفي مجال دراستنا لرموز الارقام وكتابة الاعداد على الصعوبة الفائقة نتيجة لاستخدام الرموز الرومانية . وذكرنا فيما ذكرنا أنها كانت تحتاج لرياضي محترف لاجراء العمليات الحسابية البسيطة ذلك على الرغم من تمسك الاوربيين بهذه الرموز فترة تزيد على القرنين بعد وصول الرموز العربية اليهم وترددهم في استخدام هذه الرموز رغم سهولة التعامل معها .

عموما كان الرومانيون يستخدمون المعداد لاجراء العمليات الحسابية

خاصة الجمع والطرح والتي كانت تتم تماما كما كان يفعل المصريون القدماء بإضافة الرموز في عملية الجمع والحذف في عملية الطرح . أما الضرب فكان يتم عن طريق جداول الضرب خاصة الجدول المعروف باسم جدول الضرب الفيثاغورثي والمثال التالي يوضح كيف كانت تتم عملية جمع عددين عند الرومانيين .

بالرموز الحالية	بالرموز الرومانية
٣٧٤	C CC LXXIV
٢١٥	cc x v
٥٨٩	CCCCC LXXXVIV

واليك المثال التالي الذي يوضح كيف كانت تتم عملية الطرح عندهم .

الرموز الحالية	الرموز الرومانية
٣٧٤	CCCL XX IV
٢٣١	CC XXX I
١٤٣	CXL IIV

٣-٥-٦/ طريقة الهنود في الجمع

كان علماء الرياضيات الهنود يخاطبون أبناءهم وتلاميذهم في المشكلات الرياضية بديباجة مشجعة وها هو بسكارا (١١٥٠م) وهو أحد علماء الرياضيات الهنود يخاطب إحدى تلميذاته الصغيرات (ليلا) قائلا :

عزيزتي ليلا اظهري مهارتك في ايجاد مجموع الاعداد التالية :

٢ ,٥ ,٣٢ ,١٩٣ ,١٨ ,١٠ ,١٠٠ وقد وجد أن الطريقة التي استعملت في عملية الجمع كانت على النحو التالي :

أولا : ايجاد مجموع الاحاد- ثم مجموع العشرات- ثم مجموع المئات .

ثانيا : ايجاد مجموع المجاميع فيكون هو المطلوب .

أي أن الحل يكون على النحو التالي :

مجموع الآحاد = ٢٠

مجموع العشرات = ١٤

مجموع المئات = ٢

مجموع المجاميع = ٣٦٠ وهو الناتج المطلوب .

كذلك فقد عثر في بومباي على بعض الالواح توضح أن عملية الجمع عند الهنود ، بعد ذلك كانت تتم من اليسار الى اليمين ثم يتم تعديل ناتج الجمع كما يلي :

٤٤٥٧

٣١٩٨

٧٥٤٥

٧٦٤٥

الناتج ٧٦٥٥

٣-٥-٧/ عند المسلمين

بداية فإن نجاح الحضارة العربية الاسلامية في ادخال مفهوم القيمة الموضوعة للرقم أو ما نسمية اليوم نظام التسجيل ومنزلة الرقم واكتشافهم ذلك النظام العددي بمفهومة الرياضي ونقل رموزهم ونظامهم العددي الى أوربا ثم انتشار هذا النظام في جميع بقاع العالم ثم اكتشافهم للصفر ليتم الله عليهم التوفيق والسداد في معالجة هذا الموضوع الاساسي الهام في علم الرياضيات .

ولقد بدأنا بمقدمتنا هذه لنؤكد أنه تبعا لذلك فقد انتشرت الاساليب العربية الاسلامية في اجراء العمليات الحسابية شرقا وغربا ، حتى ان قارئنا لن يجد أي صعوبة في اكتشاف معظم الطرق التي تستخدم حاليا في اجراء العمليات الحسابية الاساسية مشتقة من الطرق العربية الاسلامية تماما كما أن الطرق العربية قد استفادت من الطرق السابقة لها ومن اكتشاف الرموز العددية واستطاعت تهذيب اسلوب الاجراء بما يتفق وهذا الاكتشاف وان كان المسلمون والعرب بالتأكيد في موقع المكتشف المنظم لعلم الجبر فانه

وبالتوثيق أيضا كان لهم الفضل الأكبر فيما وصلت اليه الطرق المختلفة لاجراء العمليات الأساسية . والطرق التي استخدمها العرب في اجراء العمليات تلقي رواجا كبيرا عند علماء التربية من الرياضيين المطالبين باستخدام تلك الطرق في المدارس الابتدائية بدلا من تلك المستخدمة الان . وظننا أن عرض هذه الطرق سوف يؤكد على اقتناع القاريء بسهولتها ويدعم رأي علماء التربية من الرياضيين

الجمع :

كان للعرب طرق مختلفة لاجراء عملية الجمع لكن كل هذه الطرق انتهت الى طريقة أخيرة لاجراء عملية الجمع يوضحها المثال التالي :

أجمع :

	٥	٨	٧	٤	
	٤	٧	٢	٣	
	٣	١	٢	٩	
	٤	٣	٢	١	
١	٢	١	١		المحفوظات
١	٨	٠	٤	٧	الناتج

في عمليه الجمع : لاحظ استخدام المسلمين لصف المحفوظات وهو ما

يتساوى تماما مع ما يطلق على هذه العملية اليوم وهو اعادة التسميه .

الطرح

اوجد ناتج طرح :

٢	٥	٧	٤
~~١~~ ٢	~~٦~~ ٧	~~٨~~ ٩	٥
٠	٨	٨	٩

لاحظ في طريقه الطرح عند المسلمين أن :

(١) لما كان العدد ٤ أقل من المطروح ٥ فقد أضافو ١٠ الى الاربعة لتصبح ١٤ وفي المقابل فإنه يزاد ١ في منزلة العشرات للمطروح منه حتى يتم التعادل

(٢) لما كان العدد ٧ أقل من المطروح ٩ فقد أضافو مائه الى سبعه العشرات لتصبح ١٧ وفي المقابل فإنه يزاد ١ في منزله المئات للمطروح حتى يتم التعادل

وهكذا بالنسبه لبقيه المنازل حتى تتم عمليه الطرح

الضرب :

أكد عالم تاريخ الرياضيات الكبير روبرت ماركوس في كتابة (الرياضيات من الحساب الى التفاضل والتكامل) على سهولة الطريقة المستخدمة في

الحضارة الاسلامية لاجراء عملية الضرب وا لمعروفة بطريقة الشبكة بقوله «ان المسلمين ابتكروا طريقة بسيطة جدا وتجري بسرعة فائقة لما قبلها فقد استخدموا طريقة الشبكة» .

وكان العالم الرياضي فلورين كاجوري قد سبقه مؤكدا على صعوبة الطريقة الهندية وأنها غاية في التعقيد لكن طريقة المسلمين كانت غاية في الوضوح وقد شرح روبرت ماركس كيف كانت تتم عملية الضرب من خلال طريقة الشبكة التي تتضح لنا من المثال التالي :

اوجد ناتج ٦٣٤ × ٢٣٧٥ بطريقة الشبكة

×	٦	٣	٤
٥	٣ / ٠	١ / ٥	٢ / ٠
٧	٤ / ٢	٢ / ١	٢ / ١
٣	١ / ١	٩	١ / ٢
٢	١ / ٢	٦	٨

١ ٥ ٠ ٥ ٧ ٥ ٠

أي أن ١٥٠٥٧٥٠ = ٢٣٧٥ × ٦٣٤٥

خطوات الطريقة كما ورد في كتاب روبرت ماركس :

١ - نرسم مستطيلا ويقسم الى مربعات حسب عدد الأرقام المكونة للعددين المراد ايجاد حاصل ضربهما .

٢- توضع مكونات العدد الأول على المربعات في أعلى المستطيل من اليمين الى اليسار حسب ترتيب المنازل آحاد ثم عشرات . . . . .وهكذا .

٣- توضع مكونات العدد الثاني على يسار المستطيل من أعلى الى أسفل حسب ترتيب المنازل آحاد ثم عشرات وهكذا . . . .

٤- توضع حواصل الضرب الجزئية في كل خلية بحيث يسجل الآحاد أعلى القطر والعشرات أسفله .

٥- تجمع الأعداد المدونة على كل قطر من الاقطار فيكون العدد الناتج هو حاصل الضرب المطلوب .

لاحظ الفكر الرياضي الصائب الذي توصل به المسلمون الى هذه الطريقة فإن أعلى كل قطر من الأقطار هي إحدى منازل حاصل الضرب الناتج .

ففي المثال المعروض نلاحظ :

(١) أعلى القطر الأول منزلة الآحاد ومجموع الأرقام عليه = ٠

(٢) أعلى القطر الثاني منزلة العشرات ومجموع الأرقام عليه ٥+٢+٨=٥ ويرحل الواحد للقطر الآخر .

(٣) أعلى القطر الثالث منزلة المئات ومجموع الأرقام عليه

١+٠+١+٢+٢=٧

وهكذا منزلة الآلاف ....

ومنزلة عشرات الآلاف ....

القسمة :-

لقد حصل فراسا تفورد وهو من الباحثين في تاريخ الرياضيات على مخطوطة قيمة عام ١٩٧١ ومودعة بالمكتبة الهندية بلندن والمخطوطة توضح الطريقة التي استعملت في الحضارة الاسلامية للقسمة المطولة وقد أكد فراسا أن هذه الطريقة هي أقدم طريقة عرفت على مدار التاريخ وأن التطور الطبيعي لهذه الطريقة التي ابتكرها العلماء المسلمون هي الطريقة المستخدمة حاليا في القسمه المطولة كما أكد فراسا أن الأسلوب الإجرائي لعملية القسمه عند المسلمين تماما كأسلوبهم الإجرائي لعملية الضرب دليل واضح على عمق فهمهم للتعامل مع الأعداد من خلال العمليات الأربع الأولية .

والمثال التالي يوضح الأسلوب الإجرائي لعملية القسمه عند المسلمين كما وجدت بالمخطوطة الموجودة بالمكتبة الهندية بلندن .

مثال (١) :-

اوجد خارج قسمة ١٧٩٢ ÷ ١٢

	١	٤	٤	
١ ١ ٠	٧ ٢	٢	٩	
	٥ ٤ ١	٨		
		٤	٨	
			١	الباقي

١٧٢ ÷ ١٢ = ١٤٤ والباقي (١)

وقد استعملت طريقة القسمة هذه منذ عصر الخوارزمي ويتضح لأي باحث رياضي أن اسلوبنا الحالي في اجراء القسمة المطولة والذي يتشابه الى حد كبير مع أسلوب إجراء القسمة في الحضارة الإسلامية مما يدفعنا للقول بأن الأسلوب الإجرائي الحالي للقسمة ما هو إلا تطوير أدائي لأسلوب الحضارة الإسلامية كما سبق وأن أكد ذلك المؤرخ الرياضي فراسا تفورد .

٣-٥-٨/ المسلمون وقاعدتهم الذهبية(قاعدة الميزان)

أوضحنا فيما سبق من هذا الباب المجهودات الضخمة والإضافات المؤثرة والاعمال المميزة التي قام بها علماء المسلمون في صدر الحضارة الاسلامية وما اكتسبته المسيرة الرياضية من اثراء مميز وتطوير علمي واع من خلال هذه المجهودات ، ويؤكد العلماء عبر التاريخ أن العلماء المسلمين في الرياضيات إستطاعوا تحقيق قيمة للإعداد من خلال ربط الحساب بالحياة اليومية . وعرضنا في ذلك للأساليب المختلفة التي ابتكرها العرب في معالجتهم للعمليات الحسابية الرئيسية الأربع ، وفي هذا المجال فإننا نعرض أيضا لطريقة استخدمها العلماء المسلمون لاختبار صحة ناتج العمليات الحسابية والمسماه عربيا «بميزان العدد» أما أوربا التي بهرت بها عندما نقلت اليها فقد اسمتها بالقاعدة الذهبية ، وتعرف لاتينيا باسم Regule duorum rule ، وعن هذه القاعدة يقول بهاء الدين العاملي العالم الرياضي المسلم في كتابه خلاصة الحساب .

«واعلم أن ميزان العدد ما يبقى منه بعد إسقاطه ٩ بعد ٩ وإمتحان الجمع والتضعيف بجمع ميزاني المجموعين أو تضعيف ميزان المضاعف وأخذ ميزان المجتمع فان خالف ميزان الحاصل فالعمل خاطئ وان طابقه فالعمل صحيح» .

وبالطبع ايها القارىء العزيز فان كلمة ميزان العدد تتضح لك أكثر اذا طابقتها مع ما يعرف يومنا هذا بتعبير (مقياس مجموع أرقام العدد للاساس٩)

فلتعيين ميزان العدد نجمع الارقام المكونة له ونحذف (أو نستبعد) جميع التسعات الصحيحة (ما أمكن من مضاعفات العدد٩) وما يبقى بعد ذلك فهو

ميزان العدد .

فلاختبار صحة الناتج في مسألة من مسائل الجمع ، فان المقصود بميزان المجتمع هو ميزان حاصل جمع موازين الاعداد ، أما المقصود بميزان الحاصل فهو ميزان حاصل جمع الاعداد .

فاذا كان ميزان المجتمع مساويا لميزان الحاصل كان ناتج عملية الجمع صحيحا واذا كان ميزان المجتمع مخالف لميزان الحاصل كان ناتج عملية الجمع خاطئا .

ولنصل الى توضيح أكثر فاننا نعرض لثلاثة أمثلة للجمع والطرح ثم الضرب وكيفية اختبار الناتج بهذه القاعدة الذهبية .

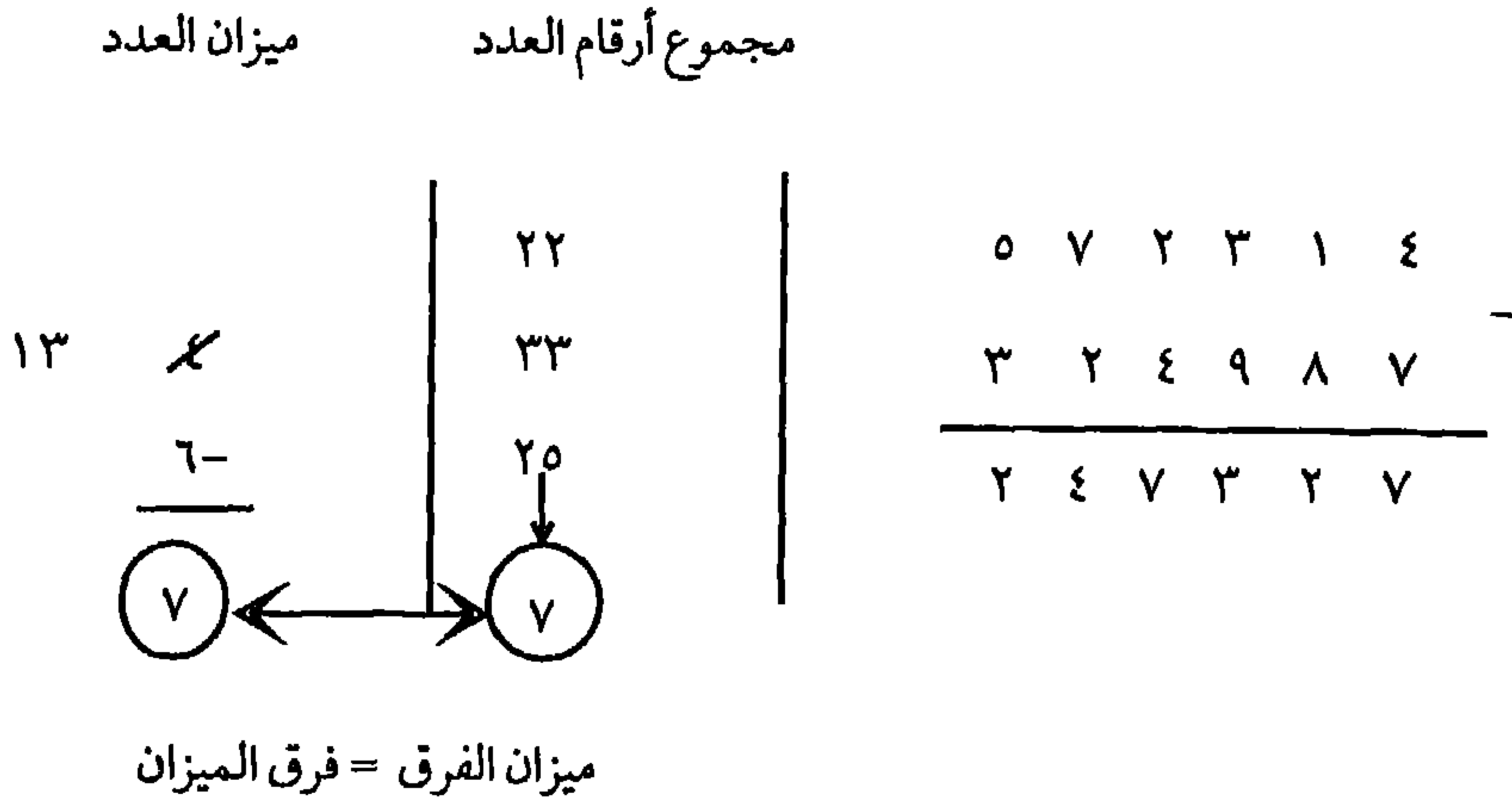
مثال (١) الجمع

	الاعداد	مجموع ارقام العدد	ميزان العدد
العدد الاول	٧١٣٤٥	٢٠	٢
العدد الثاني	٩٥٤٣٢+	٢٣	٥
العدد الثالث	٣٢١٤٨+	١٨	٠
العدد الرابع	٤٤٣٥٦+	٢٢	٤
العدد الخامس	٢٣٣٢٢+	١٢	٣
	٢٠١٤٤+	٢٦	٨
المجموع	٢٨٦٧٤٤	٣١	٢٢
إذن ناتج الجمع صحيح		٤	٤

قاعدة الميزان (٤) ↔ (٤)

مثال (٢) الطرح :

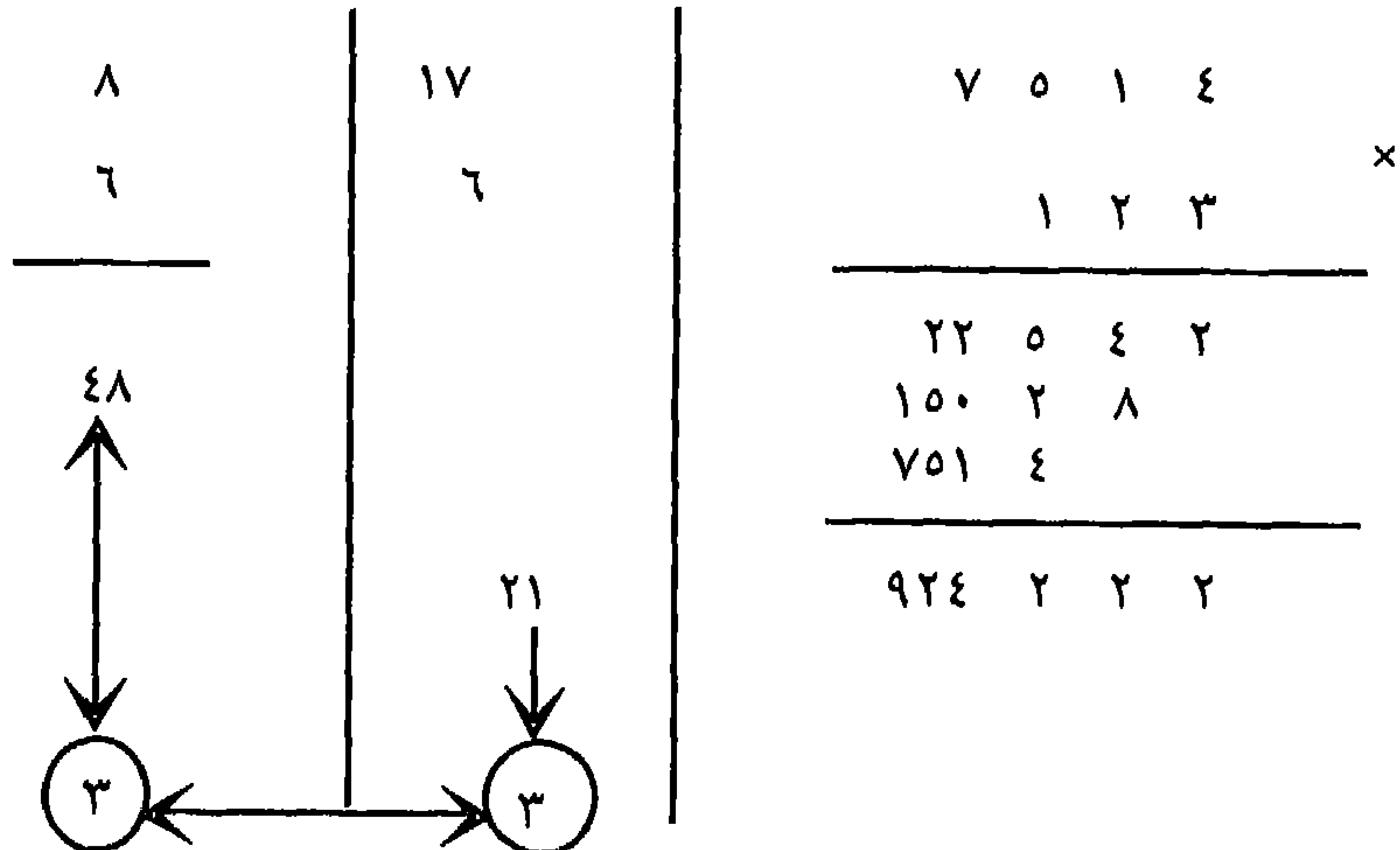
مثال (٢) الطرح :



ويكون خارج عملية الطرح صحيحا

« لاحظ أنه في اجراء عملية الطرح بين ميزاني العددين (الخانة الأخيرة) قد وضعنا ١٣ بدلا من العدد ٤ لأن ٤ أصغر من ٦ .

مثال (٣) الضرب :



أما رابعة العمليات الاساسية وهي القسمة فايضا يمكننا استخدام القاعدة الذهبية لاختبار صحة خارج القسمة على اعتبار أن القسمة عملية عكسية لعملية الضرب فاذا كان خارج قسمة العدد .

٩٢٤٢٢٢ ÷ ٧٥١٤ = ١٢٣

فقد رأى العلماء المسلمون أنه يمكن اختبار صحة حاصل ضرب ٧٥١٤ × ١٢٣ هل يساوي ٩٢٤٢٢٢ ، أم لا بنفس الطريقة الموضحة في مثال ٣ أي أنهم قد استفادوا في ذلك من تحويل معادلة القسمة الى معادلة ضرب ثم اختبار صحة النتائج .

البـــــاب الـــرابع

٤ / الجبـــــــر

٤-١/ تطور الجبر عبر العصور

٤-١-١/ الجبر قبل عصر الخوارزمي

٤-١-٢/ الجبر وعصر الخوارزمي «اكتشاف الجبر»

٤-١-٣/ الجبر ما بعد الخوارزمي

٤-٢/ نماذج من ممارسة الجبر عبر العصور

٤-٢-١/ عند المصريين القدماء

٤-٢-٢/ عند البابليين

٤-٢-٣/ عند الاغريق

٤-٢-٤/ عند الهنود

٤-٢-٥/ عند المسلمين

٤ / الجبر

٤ -١/ تطور الجبر عبر العصر

مقدمة

يذهب الكثير من علماء تاريخ الرياضيات في بداية استعراضهم لتطور الجبر كأحد العلوم أو قل :أحد فروع المعرفة الرياضية الى عصر الحضارة الاسلامية مباشرة تأكيدا منهم أن البداية الحقيقية للجبر كعلم وفن رياضي كانت من خلال الاكتشافات الجبرية للعالم العربي الاسلامي العظيم الخوارزمي ونحن لن نتحدث ابدا عن هذا الاتجاه الصحيح المؤكد لكننا سنبدأ معك أيها القارىء بمناقشة أمر علمي هام يحتم علينا أن نفتح المجال لدراسة بداية الجبر وتطوره قبل الخوارزمي ذلك أن أي علم من العلوم مثل الرياضيات لابد وأنه قد بدأ كبناء متكامل لتنبثق عنه بعد ذلك أبنية اخرى ملحقة أو قل اذا اعتبرنا أن مسيرة الرياضيات عامة هي المجرى الطبيعي للاكتشافات الرياضية المتتالية فانه مما لا شك فيه أن العلوم التي تستحدث هي روافد عظيمة تثري المجرى الطبيعي وتملؤه بالعلم الرياضي .

نقول قولنا هذا اقتناعا منا بأن الممارسة الحقيقية لأي نوع أو فن رياضي لا تأتي بعد اكتشاف هذا الفرع فحسب بل فإن المحاولات من خلال حل المشاكل المختلفة والممارسة الفعلية لهذا الفرع أو الفن الرياضي قبل اكتشافه تقود بالفعل لعملية الاكتشاف هذه ويؤكد التاريخ والمؤرخون على هذه الحقيقة من خلال عرضهم للمجهودت الواضحة في أي فرع قبل اكتشافه ،

والامثلة الأكيدة كثيرة ومتعددة فقد سبق عصر الخوارزمي عصورا رياضية للمصريين القدماء والاغريق والرومان والصينيين وغيرهم وكلهم أثروا المسيرة الرياضية باكتشافات وحلول كثيرة للمشاكل الرياضية الجبرية دون اكتشاف علم الجبر لكنهم تناولوها من خلال الرياضيات كعلم مجمل حتى أن المؤرخين جميعا قد أكدوا على حلول الاغريق للمشاكل الجبرية لكنهم تناولوها بأسلوب الهندسي الغالب دائما على معالجتهم للمشاكل الرياضية ، أيضا من خلال ملاحظة مسيرة الرياضيات عبر العصور نجد أن المصريين القدماء كان لهم عظيم الفضل في حل كثير من المشكلات الهندسية ورغم ذلك فاننا نذهب بالقول الى أن الهندسة قد اكتشفت بعدهم على يد علماء الاغريق وفي مقدمتهم اقليدس الذي نظم العلم ووضع أسسا ثابتة له تماما كما فعل الخوارزمي في علم الجبر ، ولعلك أيها القارىء قد وضح لك ماذا نقصد والذي نوجزه بتلخيص شديد في العبارة «بلا شك فان الخوارزمي هو واضع اساس علم الجبر لكن بالتأكيد قد سبقه في حل المشاكل الجبرية من سبقوه من علماء الرياضيات في عصر الحضارة الشرقية الاولى والغربية الاولى » .

وقبل استعراضنا لكيفية اكتشاف علم الجبر بكتاب الخوارزمي الجبر والمقابلة نعرض لجهود السابقين في محاولاتهم المختلفة وطرقهم الطريفه بسيطة كانت أو معقده في حل المشكلات الجبرية .

تطـــور الجـــبر

تقديرا منا للدور الاساسي الذي لعبه العالم العربي العملاق الخوارزمي في

اكتشاف علم الجبر فاننا سنقترح تقسيما ثلاثيا لمراحل تطور الجبر معتبرين عصر الحضارة الاسلامية مركزا لهذه المراحل التي سنسميها مرحلة ما قبل الخوارزمي وعصر الخوارزمي (اكتشاف الجبر) وما بعد الخوارزمي .

٤-١-١/ الجبر قبل عصر الخوارزمي أي قبل عصر الحضارة الاسلامية

يقول جورج سارتون ان العالم أرشيبال قد جمع حوالي ٣٦ وثيقة خاصة بالرياضيات عند المصريين القدماء يمتد تاريخها على مدى ٤٥ قرنا منها ١٦ وثيقة قبل عام ١٠٠٠ قبل الميلاد ، وأهم هذه الوثائق الستة عشر وثيقتان طويلتان كاملتان على جانب كبير من الاهمية هما بردية أحمس أو رايند ، وبردية جولينشيف ويرجع تاريخ بردية راند أو أحمس الى عصر الهكسوس .

والمتفحص لهذه البردية الموجودة للآن يجد أنها تحتوي فيما تحتوي من أبواب الى جانب العد والاعداد والكسور والمسائل الهندسية التي تحتويها حلا لبعض المشاكل الجبرية مثل حل المعادلات والمتواليات العددية والهندسية وسوف نتعرض بالتفاصيل لهذه الانواع من المسائل في نهاية هذا الباب عندما نعرض للمحاولات المختلفة لحل المشاكل الجبرية عبر العصور الرياضية .

ولننتقل الآن لمعاصري مصر القديمة من البابليين والاشوريين ومجهوداتهم وحلولهم للمشكلات الجبرية وقد تأكد المؤرخون من علماء الرياضيات أن البابليين والسوماريين قد عرفوا حل معادلات الدرجة الاولى بمجهول وأكثر وايضا الدرجة الثانية وبعض معادلات الدرجة الثالثة بالرغم من

أن درايتهم بالترميز كانت منعدمة تماما .

ويقول جورج سارتون في تأريخه للرياضيات عند السوماريين والبابليين «لقد بلغت البراعة الجبرية بالعالم السومري درجة بحيث أنه استطاع أن يقوم بكثير من العمليات الجبرية المألوفة لدينا مثل الاختزال وحذف كمية مجهولة بالتعويض وادخال كمية مجهولة مساعدة وعلى الرغم من انتفاء وجود الرموز الجبرية كليا فان الحاسب السومري كان عارفا بالمتطابقة التي نعبر عنها بالرموز الحالية بالمعادلة :

$(أ+ب)^٢ = أ^٢ + ٢ أب + ب^٢$ كما كان يعرف الطريقة الجبرية لايجاد القيم التقريبية المتتابعة للجذر التربيعي» .

ثم يستطرد مؤكدا ان الجهود الجبرية التي حققها السومريون قبل ٤٠٠٠ عام أي عام ٢٠٠٠ قبل الميلاد كفيلة بأن تبهر الرياضيين المحدثين في العصر الحاضر .

واذا انتقلنا للحضارة الغربية الأولى متمثلة في مدارس الاغريق الخمس نجد أنهم رغم ولعهم للهندسة لتقاربها من الفلسفة والمنطق عروسا العلوم الاغريقية فان مجهوداتهم الجبرية يصعب احصائها لكن ما يميزها عن غيرها من المجهودات الجبرية هو تناول الاغريق للمشاكل الجبرية باسلوب هندسي نعد قارئنا بتوضيحه من خلال عرض المشكلات الجبرية وحلولها خلال ا لعصور والذي سنورده في نهايه الفصل وباختصار فقد كان للاغريق مجهودات في موضوعات جبريه كثيره بدءا من الفيثاغورثين وحتي مدرسه

الاسكندريه حيث أوجد الفيثاغورثيون بعض القواعد الجبريه التي تساعدهم في الحصول علي أطوال اضلاع مثلثات قائمه الزوايه أي انهم أوجدو قواعد لحساب أ ، ب ، جـ حيث $أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$ كذلك فقد اهتم الاغريق بالمتطابقات وأعطوا برهانا للمتطابقتين :

$$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$$

$$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$$

(سوف يرد هذا البرهان فيما بعد)

أما بالنسبة للمعادلات فقد أمكن للاغريق حل معادلة الدرجة الاولى والثانية بطرق هندسية كما ذكرنا في مدرسة الاسكندرية ، كما كان لهم معالجات جبرية عن النسبة والتناسب والاعداد النسبية وغير النسبية وحل معادلات الدرحة الثانية ويعود الى ارشميدس أحد العمالقة الثلاثة في مدرسة الاسكندرية الفضل في طريقة التقريب المتتالي لحساب المساحات والتي بدأت على يد يودكصص واصبحت بعد ذلك اساسا لحساب التكامل ودراسة المتسلسلات غير المنتهية .

كذلك فانه يعود الى هيرون الفضل في اكتشاف القيمة التقريبية للجذر التربيعي باستخدام المتوسط الحسابي للعددين .

أما ديوفانتس فهو أول من فكر في استخدام الاختزال في كتابة المعادلات الرياضية حيث كان يستخدم الحرف الاول للكلمات الاغريقية الدالة على تلك

المفاهيم وبذلك استطاع نقل الجبر من المرحلة اللفظية الى مرحلة الاختزال وهي المرحلة التمهيدية للترميز

٤-١-٢/ الجبر وعصر الخوارزمي (اكتشاف الجبر)

في صدر الحضارة الاسلامية العظيمة وفي القرن التاسع الميلادي الثالث الهجري وعلى وجه التحديد (٧٨٠ - ٨٥٠م) كان خليفة المسلمين في هذا الوقت هو الخليفة العباسي المأمون الذي كرم علماء المسلمين وشجعهم على الاكتشافات العلمية وجعل مركز خلافته مركزا للنشاط العلمي عند المسلمين ، ويذهب علماء التاريخ الى أن الفضل في المكانة المرموقة للعلم في العصر العباسي يعود للخليفة هارون الرشيد والى ابنه الخليفة المأمون لما اتصفا به من ذكاء وخلق ، وقد كان المأمون راعيا وراغبا في الرياضيات ، احبها لاتصالها بعلم الفلك الذي كان أحد المشتغلين به واليه يرجع الفضل في الدراسة المتعمقة للرياضيات ، في هذا الوقت ومن العلماء المرموقين في هذا العصر ظهر الخوارزمي كعالم عملاق أحدث ثورة هائلة في الفكر الرياضي وترك اثرا لا ينسى على مر الايام والسنين هو علم الجبر الذي استحدثه بتوفيق الله كفرع هام من فروع المعرفة الرياضية . يقول الدكتور جورج سارتون في كتابه المدخل الى تاريخ العلوم : «ان الخوارزمي هو أعظم رياضي في وقته أما اذا أخذنا في اعتبارنا كل الأحوال فان الخوارزمي أحد أعظم الرياضيين على الاطلاق » ويضيف وايدمان : «ان الخوارزمي شخصية عبقرية قوية يجب ان يفخر بها المسلمون » ويقول الاستاذ «محمد خان» في كتابه مآثر المسلمين

على العلوم : « ان الخوارزمي يعتبر من طبقة الرياضيين الرئيسيين في العصور كلها » وهناك الكثير من الاقوال المأثورة عن علماء رياضيين يجمعون على وصف الخوارزمي بأنه من العلماء العمالقة في الرياضيات وآخرهم هذا الكتاب الكبير (الخبرة الرياضية Mathematical - Experience) لمؤلفيه : فيليب ديفز ، وروبين هرش والمنشور في نيويورك ١٩٨٣ ، والذي يؤكد على اختيار ما يقرب من ٤٠ عالما رياضيا كألمع علماء المعرفة الرياضية على مر العصور وحتى الآن بما قدموه من اكتشافات مذهلة واختير من بينهم عالما الحضارة الاسلامية اللامعان الخوارزمي وعمر الخيام . وقد تم اختيار الأول لاكتشافه وأبحاثه ومؤلفه الذي كان الأول في علم الجبر واختير الثاني لمجهوداته في حل المعادلات وعلى الأخص معادلة الدرجة الثالثة . هذا وهناك شبه تأكيد من علماء تاريخ الرياضيات على أن الخوارزمي هو مكتشف علم الجبر ، والجبر في اللغة هو « أن تغني من فقر أو تصلح عظمة من كسر » وقد اتخذه الخوارزمي عنوانا لمؤلفه المشهور حساب الجبر والمقابلة الذي ترجم الى اللاتينية في القرن الثاني عشر الميلادي ، وقام بترجمته العالم الانجليزي روبرت شاستر وقد استخدمه علماء الغرب الأوربيون في جامعاتهم حتى القرن السادس عشر .

يقول المؤلف «فلورين كاجوري» في كتابه تاريخ الرياضيات : «لقد كان كتاب الخوارزمي في حساب الجبر والمقابلة منهلا ينهل منه علماء المسلمين وأوروبا على السواء واعتمدوا عليه في بحوثهم وأخذوا عنه الكثير» .

والملاحظ أن عنوان الكتاب «حساب الجبر والمقابلة» يشتمل على عمليتين أساسيتين في المهارات الجبرية خاصة عند حل المعادلات وهما الجبر المقابلة . وقد شرح بهاء الدين العاملي وهو من علماء القرن السادس عشر الميلادي المقصود عند الخوارزمي بالجبر والمقابلة فقال في كتابه (خلاصة الحساب) : إن الطرف ذا الاستثناء يكمل ويزاد على الآخر وهذا هو الجبر والاجناس المتساوية في الطرفين تسقط منها وهذه هي المقابلة» ويعني ان الحد المسبوق باشارة ناقص سيزاد ويضاف مثله للطرف الآخر (فكرة النظير الجمعي) وهذا هو الجبر وتحذف الحدود المتماثلة الإشارة والمتساوية كميا بين الطرفين وهذه هي المقابلة (خاصية الحذف) فعند حل المعادلة :

س + ٧ = س٢ + س − ٢

بإضافة ٢ الى الطرفين (خطوه الجبر)

س + ٧ + ٢ = س٢ + س

وبحذف الحدود المتساوية والمتماثلة بين الطرفين تصبح)

$س^{٢}$ = ٩ (خطوة المقابلة)

اما ابن الياسيمن الذي عاش في القرن الثاني عشر الميلادي فيقول في أرجوزته المسماه بالياسمينية والتي نظمها في علم الجبر والمقابلة :

وكل ما استثنيت في المسائل ∴ سيره إيجابا مع المعادلة
وبعد ما يجبر فليقابل ∴ بطرح ما نظيره يماثل

كما يصف مكونات علم الجبر فيقول :

على ثلاثة يدور الجبر ∴ المال والأعداد ثم الجذر

فالمال كل عدد مربع ∴ وجذره أحد تلك الأضلع

والعدد المطلق ما لم ينسب ∴ للمال أو للجذر فافهم تصب

وأغلب الظن أن ابن الياسمين كان يُعَرِّف الجبر بهذه الطريقة ظنا منه أن الجبر هو ما يتعلق بالمعادلات فهو يقصد بالمال مربع س أي $س^2$ ، والجذر هو س ثم بإضافة الحد المطلق تكتمل المعادلة أي أن الجبر يتمثل بصورة المعادلة :

٥ أموال ، ١٠ جذور تعدل ١٨ درهما

وتكتب بالترميز الحالي على الصورة

$$٥س^{٢} + ١٠ س = ١٨$$

وفي حقيقة الأمر فإن الخوارزمي في كتابه لم يقصر الجبر على المعادلات فيؤكد المؤرخون الى أنه كان يعرف أن الجبر هو فرع من التحليل الرياضي يناقش الكميات باستخدام حروف ورموز عامة أن أنه تعميم لعلم الحساب أو قل نقل الحساب من الصورة الخاصة الى صورة عامة وفي ذلك يقول ابن خلدون «علم الجبر والمقابلة فرع من فروع علم العدد وهو عملية يستخرج بها العدد المجهول من المعلوم اذا كانت بينهما صلة تقتضي ذلك»

وقد شرح الخوارزمي في كتابه ستة أنواع من معادلات الدرجة الثانية مع

حلولها وهي :

١ – أموال تعدل جذورا	٢س^{٢} = ٣س
٢ – أموال تعدل أعدادا	٣س^{٢} = ٨
٣ – جذور تعدل أعداداً	٣س = ٥
٤ – أموال وجذور تعدل أعداداً	٣س^{٢} + ٥س = ٧
٥ – أموال وأعداد تعدل جذورا	٣س^{٢} + ٥ = ٤س
٦ – اموال تعدل جذورا وأعدادا	٤س^{٢} = ٥س + ٣

كما شرح العمليات الأربع الأولية : الجمع والطرح والضرب والقسمة على الحدود الجبرية ، و أمكنه لاحقا استنتاج قوانين عامة لحجوم بعض المجسمات كالهرم الثلاثي والرباعي والمخروط ، وايضا فإن فلورين كاجوري في كتابه مباديء تاريخ الرياضيات يؤكد أن الخوارزمي قد قام بحل معادلة الدرجة الثالثة بقوله «إن حل المعادلات التكعيبية بواسطة القطوع المخروطية وهي من أعظم الأعمال التي قام بها علماء المسلمين وفي مقدمتهم الخوارزمي» .

ويؤكد العالم العربي الكبير د . رشدي راشد في كتابه (تاريخ الرياضيات بين الجبر والحساب) ما قام به الخوارزمي ودوره المميز في اكتشاف الجبر وتنظيمه كعلم فيقول :

«إن الخوارزمي هو من شكل وحده الجبر ليس بفضل شمولية الكائن الرياضي الذي عالجه هذا العلم فقط بل بفضل شمول عملياته ، ان مساهمة الخوارزمي لا يمكن انكاره وهو الذي يعود الى التجديد في نوع عقلانية الرياضيات نفسها ، واذا ماباءت بالفشل دائما المحاولات لايجاد مصادر لجبره فقد يكون ذلك لنقص في بعد النظر في التحليل أو في نقص المعلومات التاريخية علي حد سواء . وقد يصبح توجيه اللوم لقصور غير متعمد على صعيد اللغة أو صعيد الأفكار ، وبدلا من التساؤل فقط عما يمكن أن يكون الخوارزمي قد استطاع قراءته فمن الأفضل برأينا البحث عن السبب الذي جعله يفكر بما لم يستطع أي ممن سبقه إدراكه» .

كما يذكر عن الخوارزمي قوله إن الخليفة المأمون - الذي أوضحنا فيما سبق أنه كان محبا للعلم الرياضي مقدرا لعلماءه - كان متتبعا لأعمالهم وقد اطلع على كتاب الجبرو المقابلة وحث الخوارزمي على تأليف كتاب آخر مختصرالهذا الكتاب يوضح به المستبهم ويسهل المستوعر وينفع الناس . وليبتغي به العَالِم الأجر والثواب من الله وبالفعل استجاب الخوارزمي لرأي المأمون وألف كتابا مبسطا في فن الحساب استخدم فيه الأرقام العربية ونظام العد الحالي (نظام المنازل) وقد تم بعد ذلك ترجمة هذا لكتاب الى اللاتينية بواسطة أحد العلماء الأوروبيين ليصبح مرجعا رياضيا لهم لفترة طويلة من الزمن .

ويجدر بنا أن نشير الى أن علماء من المسلمين آخرين غير الخوارزمي قد

بذلوا جهودا كثيرة لحل معادلات من الدرجة الثالثة والرابعة ، وأبرز من ساهموا في ذلك المهاني في القرن التاسع الميلادي و ثابت بن قره في القرن العاشر الميلادي وابن الهيثم في القرن الحادي عشر و عمر الخيام في القرن الثاني عشر وهوالذي قام بتصنيف معادلات الدرجة الأولى والثانية والثالثة فقسمها الى ٢٥ صنفا .

فابن الهيثم يعد واضع أساس التحليل التوافقي في نظرية الأعداد كما يرجع لعمر الخيام الفضل في اكتشاف المستصعبة الرابعة التي يوردها بهاء الدين العاملي في كتابه وهي التي تنص على أنه « لا يمكن أن يكون مجموع مكعبي عددين صحيحين مساويا لمكعب عدد صحيح ثالث ولزيادة توضيح المقصود بهذه المستصعبة وهي المسألة التي ليس لها حل كما يسميها علماء المسلمين) فإننا نستخدم الرموز الجبرية الحالية في ذلك .

تعلم أيها القارىء أن أي ثلاث أعداد فيثاغورثية صحيحة يمكن أن تحقق صحة التطابق $أ^{٢} + ب^{٢} = حـ^{٢}$ (حسب نظرية فيثاغورث) .

أما المقصود بمستصعبة عمر الخيام فإنه لا يمكن أن يوجد ثلاث أعداد صحيحه أ ، ب ، جـ تحقق العلاقة التكعيبية : $أ^{٣} + ب^{٣} = جـ^{٣}$

وقد أعيد اكتشاف هذه المستصعبة كنظرية من خلال دراسة التحليل العددي عند العالم الفرنسي فرمات ، وبالتالي فقد نسبت اليه رغم تقدم عمر الخيام عليه بما يقرب من أربعة قرون . أما العالم المسلم أبو بكر محمد الحسين الكرخي في القرن الحادي عشر الميلادي فقد أعطى براهين حسابية

وهندسية لحل معادلات الدرجة الرابعة وتشتمل أعمال الكرخي أيضا على دراسة منهجية للأسس الجبرية لينتقل بعدها الى تطبيق العمليات الحسابية على المفردات والعبارات الجبرية ويعتبر الكرخي صاحب انطلاقة جديدة في الجبر حيث كان أول من كتب عرضا جبريا متكاملا في كثيرات الحدود ، كما أنه من الثابت والمؤكد تاريخيا أن المسلمين قد عرفو قوانين المتواليات العددية حيث وضع أبو عبد الله محمد الشهير بابن بدر نصا لغويا نستطيع من خلال تتبعه الحصول على الحد النوني أو مجموع المتوالية العددية ولو توافر لهذا العالم معرفة بالترميز لاستطاع بسهولة متناهية الحصول على القوانين التي تستخدم حاليا سواء لتعيين الحد النوني أو مجموع المتوالية .(وسوف نورد النص وكيفية الحصول على الحد النوني والمجموع من خلال النماذج الجبرية التي سنطرحها في نهاية هذا الفصل) .

وختاما لهذا العصر فإننا كمهتمين بالرياضيات نؤكد أن الخوارزمي وأقرانه من علماء المسلمين في الجبر قد قدموا خدمات جليله لتاريخ الرياضيات كعلم يهتم بسرد حقائق الاكتشافات الرياضية فكتاب الخوارزمي يعتبر مصدرا دقيقا وموثقا يرجع إليه في أي نقاش أو سرد لاكتشاف الجبر .

كما أننا في هذا الصدد لن نغفل بعض العلماء المسلمين ممن لم يعاصروا الخوارزمي لكنهم قد تميزوا بنتاجهم الرياضي ، ونذكر منهم على سبيل المثال ابن حمزة العربي وهو من علماء القرنين الخامس عشر والسادس عشر الميلادي وقد اشتغل بالرياضيات . وبرع فيها وله كثير من المؤلفات القيمة

التي أدت الى تقدم نظرية الأعداد . وقد مهد ابن حمزة بأبحاثه الى اكتشاف اللوغاريتمات وكانت بحوثه في المتواليات أساسا لبناء هذا الفرع من علم الجبر ، ومن أشهر كتبه (تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد) ، وقد اشتهر ابن حمزة بأنه أول من حل المسألة المكية الشهيرة التي سأله عنها هندي بعد أن عجز علماء الرياضيات في الهند عن حلها .

وسوف نتعرض من خلال كتابنا هذا وبالتحديد في نهاية هذا الفصل للمسألة المكية ونورد حل ابن حمزه لها .

٤-١-٣/ الجبر ما بعد الخوارزمي

(١) حتى تاريخ القرن السادس عشر الميلادي :

بسكال - فويانشي - فراري - هيوارت - ديكارت

في عام ١١٥٠ م ظهر عالم الجبر العظيم **بسكال** ثم في ١٢٠٢م ، كان ظهور **فويانشي** ، ثم **فراري** عام ١٥٤٥م صاحب حلول المعادلات الجبرية من الدرجات العليا ، وهو الذي تمكن من حل معادلة الدرجة الرابعة بواسطة معادلة اخرى مساعدة من الدرجة الثالثة .

وفي عام (١٥٦٠ - ١٦٢١) ظهر العالم البريطاني **هيوارت** والذي يرجع اليه الفضل الأكبر في الترميز في الجبر ثم توالت الاكتشافات الجبرية على نحو من الغزارة والأهمية فلم ينتهي القرن السادس عشر الا بظهور **ديكارت** عالم الرياضيات والمنطق الرياضي ومكتشف الهندسة التحليلية وله الكثير من الأبحاث في التحليل والتركيب الرياضي .

(٢) القرن السابع عشر الميلادي :

فرمات - بسكال - نيوتن - رول - جان وجاك برنولي - ليبنز-ديموافر- تايلور .

اما القرن السابع عشر فقد شهد أيضا تطورا كبيرا في العلوم الرياضية عامة والجبر خاصة ، حيث اكتشف **فرمات** نظريته الشهيرة في الأعداد والحساب (١٦٠١ - ١٦٦٥) ، وفي عام (١٦٢٣ - ١٦٦٢) . اهتم **بسكال** بخصائص السلاسل العددية الصحيحة وبالترتيب العددي والأعداد الصحيحة واكتشف المثلث الشهير باسمه (مثلث باسكال) وتطبيقاته المتعددة . ويمكننا القول ان هذا القرن شهد بداية علم الاحتمالات على يدهذا العالم العظيم باسكال . ولو أن علماء التاريخ يؤكدون على أن باسكال لم يصل بالاحتمالات الى علم رياضي يرتكز على أصول رياضية لكنه بالتأكيد قد فتح الباب لفرع جديد من فروع علم الجبر هو جبر الحوادث والمرتبط بدراسة الاحتمالات .

وشهد هذا العصر أيضا ميلاد العالم الانجليزي العظيم **سير إسحق نيوتن** (١٦٤٢ - ١٧٢٧) والذي امتدت شهرته الى العلوم الرياضية والفيزياء والفلك فقد ظل سبعة عشر عاما أستاذا للرياضيات في كمبردج حيث لم يقتصر نشاطه البحثي على علوم الميكانيكا والبصريات والسمعيات والحرارة بل امتدت أبحاثه من خلال تعمقه في هذه الفروع الى موضوعات الجبر واكتشاف الجديدفيه ، فاكتشف ثنائية الحدود الشهيرة باسمه وطريقة نيوتن

في الحل .

أما العالم الفرنسي **رول** (١٦٥٢ - ١٧١٩) فقد كان له طريقه خاصة لفصل جذور المعادلات تسمى بطريقة الشلالات كما أنه صاحب نظرية رول الشهيرة في دراسة النهايات أو الغايات كما يطلق عليها عربيا والتي تنص على أنه (لا يمكن لدالة أن تساوي صفرا أكثر من مرة واحدة في المدى الذي يفصل جذرين حقيقيين متتابعين عن مشتقاتهما) . وفي عام ١٦٥٤ أي في منتصف القرن السابع عشر أيضا بدأ **برنوللي اخوان** ابحاثهما الرياضية حيث وضع جان برونوللي الأسس النظرية الإحصائية لحساب الاحتمالات ووضع جاك برنوللي أسس التحليل الرياضي . وفي الفترة نفسها (١٦٤٦ - ١٧١٦) كانت أبحاث العالم والرياضي الفذ **ليبنز** صاحب الاكتشافات الكثيرة في علم التفاضل والذي اهتم كثيرا بالمنطق الرياضي .

وفي سنة ١٦٦٧ وضع **دموافر** صيغته المشهورة باسمة «صيغة ديموافر» الذي اهتم بالاعداد المركبة وأثرى المسيرة الرياضية من خلال نتاجه في هذا المجال .

وفي نهاية القرن السابع عشر كان ظهور **تايلور** زميل نيوتن وصديقه وله صيغة خاصة باسمه في علم التفاضل .

(٣) القرن الثامن عشر الميلادي :

كرامر – أويلر – لاجرانج – فورييه

أما القرن الثامن عشر فقد حمل معه الكثير من الاكتشافات الرياضية وعلى الأخص الجبرية ، شأنه في ذلك شأن القرن السابع عشر ففي بدايته كان ظهور **كرامر** (١٧٠٤ – ١٧٥٤) العالم السويسري الذي اكتشف لوغاريتمية حل المعادلات الخطية على عدد من المجاهيل (المحددات) بصيغة كرامر الشهيرة باسمه (صيغة كرامر) .وعاصره مواطنه **أويلر** (١٧٠٧ – ١٧٨٣) (سويسري أيضا) وكان له الكثير من المؤلفات التي تغطي كل الميادين الجبرية حيث تناول من خلالها نظرية الاعداد والجبر ويعد علماء الرياضيات أويلر كمحول لعلم الحساب الى علم الجبر – بعد الخوارزمي طبعا – وهو الذي أعطى للحساب المتناهي في الصغر شكله العلمي الحالي ، كما يعد من واضعي أساس علم التحليل الرياضي ، حيث كان له الكثير من المجهودات في هذا المجال وخاصة في الهندسة التحليلية ، وحدد التكاملات المتعددة ووضع التعريف الأول للوغاريتم المركب فوضع بذلك حدا للخلاف المزمن الذي قام بين ليبنز وبرنوللي في هذا الشأن كما أن أويلر هو مكتشف النظرية العامة لحساب المتغيرات (معادلة أويلر) وعمل على برهنة النظرية الاساسية في الجبر (لكل معادله جذر واحد على الأقل في الأعداد المركبة) وبذلك يكون قد فتح الطريق امام لاجرانج في هذا الصدد . أما مؤلفاته الجبرية فتقع

في مجلدين ظهر احدهما في الاتحاد السوفيتي ١٧٦٨ والآخر في المانيا ١٧٧٠ .

وفي عام ١٧٣٠ - ١٧٨٣ ابتكر الفرنسي الرياضي **بيروث اتيان** النظرية العامة للمعادلات الجبرية .

ومن علماء هذا القرن المبرزين أيضا **لاجرانج** (١٧٣٦ - ١٨١٣) الذي وضع حلولا لمعادلات غير منتهية من الدرجة الثانية ، ثم حل معادلة فرمات ووضع برهانا لنظرية ويلسون للأعداد الأولية .

وشهد نهاية هذا القرن وبداية القرن التاسع عشر ابحاث العالم الفرنسي **فورييه** (١٧٦٨ - ١٨٣٠) صاحب متسلسلة فورييه المعروفة وأيضا متحولة فورييه ، وصاحب طريقة فصل المتغيرات لحل معادلات المشتقات الجزئية .

(٤) القرن التاسع عشر :

ديمورجان - بوول - كانتور - ديدكند

أما القرن التاسع عشر فقد شهد ميلاد الكثير من العباقرة واكتشافاتهم المتتالية فقد ظهر في مطلع هذا القرن عالم الجبر الانجليزي العظيم **ديمورجان** (١٨٠٦ - ١٨٦١) وكانت أهم الاكتشافات تلك القوانين المنسوبة إليه في جميع فروع الجبر والمنطق (جبر المجموعات - جبر الحوادث - جبر المنطق . . . .) .

ثم **بوول** العالم الانجليزي (١٨١٥ - ١٨٦٤) مكتشف أحد أفرع علم

الجبر المنسوب الى إسمه حيث سمي بالجبر البوولي ، وفي عام (١٨٤٥ – ١٩١٨) ظهرت أعمال العالم الالماني **كانتور** الذي اكتشف الأعداد الحقيقية وقدم دراسات كثيرة في الاتصال ، وأعطى مع **ديدكند** الشكل النهائي لنظرية الأعداد الحقيقية واستخرج تعريف الأعداد الحقيقية من مفهوم النهاية (Limite) كما توصل أخيرا وقبل وفاته بوقت قليل الى نظرية الرتبات المتصاعدة .

ويعد كانتور من أكثر العلماء تأثيراً على مسيرة الجبر ، حيث أدخل دراسة ومقارنة المجموعات اللامنتهية وأضاف إليها مفاهيم جديدة تشكل حساب اللانهاية وفي عام ١٨٨٢ ترك كانتور الرياضيات التقليدية وانتقل الى نظرية المجموعات فأعطاها دوراً توحيديا وتركيبيا .

(٥) القرن العشرين :

بول اسحق – آرتين – العلماء المعاصرون

ومع نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين ظهر الكثيرون من علماء الجبر أمثال **بول إسحق السويسري** الذي ساهم بإضافات جديدة الى نظرية المجموعات ووضع مسلماتها الأولى .

أما العالم الالماني العظيم **آرتين** الذي يعتبره العلماء أحد مؤسسي الجبر المعاصر نظرا لما يتميز به إنتاجه من كثافة وقيمة علمية وتأثير هذا الانتاج على جيل كامل من الرياضيين أتى من بعده ، والجدير بالذكر أن هذا العالم العظيم

قد هرب من الحكم النازي الى الولايات المتحدة حيث أكمل اكتشافاته في جامعة انديانا وقد عرض آرتين لعدة مسائل جبرية وحسابية كان أهمها في فرعي الطوبولجي ونظرية الزمر ، كما أن كتابه (الجبر الهندسي) يعتبر مدخلا واضحا للمفهوم الحديث لعلم الهندسة

أما النصف الأخير من هذا القرن فيعد بمثابة تحرراً لعلم الجبر خاصة والعلوم الرياضية عامة ، حيث أعيد النظر في المعرفة الرياضية لإعادة صياغتها على نحو أكثر شمولا وتجريدا بالاسلوب الافتراضي الاستنباطي الذي عرف باسلوب المسلمات وقد سبق لنا توضيح ذلك من خلال تطور الرياضيات خلال القرن العشرين .

على أن كل النظريات الحديثة والاكتشافات التكنولوجية الهائلة التي تقوم على هذه النظريات ، تدين بطريقة أو بأخرى للتطور المذهل في فرع علم الجبر وتشعيباته الكثيرة والعديدة والتي تفوق حصرنا لها .

وينقسم الجبر حاليا إلى فروع كثيرة من المعرفة الرياضية نسوق منها على سبيل المثال لا على سبيل الحصر بعضا من أمثلة للفروع الجديدة في علم الجبر :

* جبر المجموعات
* الجبر الخطي
* جبر المنطق
* البنى الجبرية
* جبر الحوادث
* جبر الدوائر الكهربية
* الجبر البوولي
* الجبر الهندسي

٤-٢ نماذج من ممارسة الجبر عبر العصور المختلفة

أكدنا فيما سبق اقتناعنا بأن الممارسة الحقيقية لأي نوع أو فن من فنون الرياضيات لا تأتي بعد اكتشاف هذا الفرع فقط لكن المحاولات من خلال حل المشاكل والممارسة الفعلية لهذا الفن الرياضي قبل اكتشافه هي التي تقود بالفعل لعملية الاكتشاف هذه وتأكيدا على رأينا هذا الذي أوردناه فيما يختص بالجبر كفن رياضي هام ، فإننا سوف نورد لك أيها القارىء بعض الممارسات الجبرية لتستطيع من خلالها أن تحكم على هذا الرأي ولنبدأ عرضنا لهذه الممارسات الجبرية بالعصر الفرعوني أي الجبر عند المصريين القدماء ، فقد كان لهم أول مرجع جبري يحتوي على العديد من المسائل الجبرية نختار لك منها ما يلي :

٤-٢-١/ عند المصريين القدماء

المثال الأول

ان بردية رانيد تبدأ بجدول تحليل الكسور من نوع $\frac{٢}{٢ن + ١}$ إلى عدة كسور أخرى بسط كل منها الواحد الصحيح حتى يمكن الترميز لها . والأمثلة التالية توضح هذا التحليل :

$$\frac{٢}{٥} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{١٥} \qquad ن = ٢$$

$$\frac{٢}{٧} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢٨} \qquad ن = ٣$$

$$\frac{٢}{٩٩} = \frac{١}{٦٦} + \frac{١}{١٦٨} \qquad ن = ٤٩$$

ويدل وضع هذا الجدول في أول الكتاب كما يؤكد جورج سارتون (على أن كاتبها قد وصل الى درجة معينة من التجريد عن طريق التجربة فوجد أنه من المفيد أن يضعها في المقدمة) .

المثال الثاني :

(وهو من مسائل الكميات ويؤول الى معادلة من الدرجة الأولى)

كومة وسبعها يضافان معا فيصبحان ١٩ . . . . . فما هي الكومة؟

[ان المقصود بالكومة عند أحمس هو المجهول وقد أطلقوا عليها بلغتهم لفظ (آهه)] .

وقبل حل هذه المسألة فإننا نود زيادة الايضاح بأن نعيد لك صياغة هذه المسألة مصورة بالرموز الرياضية الحديثة فاذا رمزنا للكومة بالرمز س تؤول المسألة الى :حل المعادلة س + $\frac{١}{٧}$ س= ١٩ وهذه بالطبع مسألة معادلات من الدرجة الأولى يستطيع الطالب الذي لم يكمل المرحلة المتوسطة بعد أن يحلها .

لكننا نعرض لك حل أحمس لهذه المسألة لتقف على الفكر الرياضي الذي اتبعه في ذلك .

افترض أحمس أن هذه الكومة = ٧

∴ الكومة $\frac{١}{٧}$ ٧ فرضا

ومنها $\frac{1}{7}$ ⟵تعادل ١ فرضا

ويصبح الكومه وسبعها ⟵تعادل ٨ فرضا

وعلى ذلك فان أحمس يجد أن ٨ بالفرض تعادل ١٩ في الحقيقة فيحاول أن يحصل على قيمة ١ في الفرض كم يساوي في الحقيقة؟ فوجد أن عليه أن يحاول الحصول على كم٨ في ١٩ وهذا يقوده الى قسمة ١٩ على ٨ على النحو التالي :

(إستخدم أحمس في ذلك أسلوب التضعيف :كأسلوب إجرائي)

	٨	١
⟵	١٦	٢
	٤	$\frac{1}{2}$
⟵	٢	$\frac{1}{4}$
⟵	١	$\frac{1}{8}$

أي أن ١ في الفرض ⟵تعادل ٢ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ في الحقيقة ولما كان قد فرض أن الكومة هي ٧ وليست ١ فكان عليه أن يضرب هذا الناتج في ٧ (بالتضعيف والتنصيف أيضا) كما يلي

٢ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$		١
٤ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$		٢
٨ ، ١ ، ٢		٤
١٦ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$		٧

أي أن الكومة المطلوبة تساوي : ١٦ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

المثـــال الثالث :

(وهو من مسائل المتوالية الحسابية والتي تؤول في حلها الى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد)

تقسيم مائة رغيف على ٥ رجال بحيث تكون الأنصبة الموزعة متوالية حسابية ، وبحيث يكون مجموع نصيبي الأول والثاني يساوي $\frac{١}{٧}$ مجموع أنصبة الثالث والرابع والخامس .

(قبل أن نعرض لأسلوب أحمس في حل هذه المشكلة فإننا ننبه إلى استخدامنا للرموز الحديثة التي لم يكن لأحمس دراية بهاحتى نستطيع من خلالها أن نوضح أسلوبه في الحل)

إفترض أحمس أن نصيب الأول هو المجهول وليكن أ مثلا فاذا كان الفرق بين كل نصيب والآخر = د (مانسميه اليوم بأساس المتوالية العددية) فان الأنصبة تكون :

نصيب الثاني = أ + د

نصيب الثالث = أ + ٢د

نصيب الرابع = أ + ٣د

نصيب الخامس = أ + ٤د

فتكون المعادلة على النحو التالي :

$$أ + (أ + د) = \frac{1}{7} [(أ + ٢د) + (أ + ٣د) + (أ + ٤د)]$$

ومنها يصل أحمس الى أن الفرق بين كل نصيب وآخر (أساس المتوالية) $د = ٥\frac{1}{2}$ أ .

وهنا فرض أحمس أن نصيب الأول هو رغيف واحد فيكون الفرق بين كل نصيب والسابق هو $٥\frac{1}{2}$ رغيف وتكون الأنصبة على النحو التالي :

$$١ ، ٦\frac{1}{2} ، ١٢ ، ١٧\frac{1}{2} ، ٢٣$$

وهي أنصبة فردية فقط ذلك أن أحمس عندما جمع هذه الأنصبة وجد أن المجموع ٦٠ رغيفا فقط وليس ١٠٠ كما هو مطلوب في حل المشكلة .

وعلى ذلك فإن عليه أن يوجد معاملا يضرب فيه كل نصيب ليحصل على النصيب الحقيقي وعند جمع الأنصبة يكون الناتج ١٠٠ كما هو مطلوب ، وقد أمكن لأحمس الحصول على هذا المعامل من إجابة السؤال (كم مرة تحتوي ١٠٠ على ٦٠ ؟)

وبالأسلوب الرياضي فان هذا المعامل هو خارج قسمة ١٠٠ على ٦٠ وقد توصل له أحمس بالطريقة التالية :

٦٠	١
٢٠	$\frac{1}{3}$
٢٠	$\frac{1}{3}$
١٠٠	$١\frac{2}{3}$

فيكون عليه أن يضرب كل نصيب توصل اليه فرضا في $١\frac{٢}{٣}$ حتى يحصل على الأنصبة الحقيقية على النحو التالي :

نصيب الأول = ١ × $١\frac{٢}{٣}$ = $١\frac{٢}{٣}$ رغيف

نصيب الثاني = $٦\frac{١}{٢}$ × $١\frac{٢}{٣}$ = $١٠\frac{٥}{٦}$ رغيف

نصيب الثالث = ١٢ × $١\frac{٢}{٣}$ = ٢٠ رغيف

نصيب الثالث = ١٧ × $١\frac{٢}{٣}$ = $٢٩\frac{١}{٦}$ رغيف

نصيب الثالث = ٢٣ × $١\frac{٢}{٣}$ = $٣٨\frac{٢}{٣}$ رغيف

وبالطبع فإن مجموع هذه الأنصبة = ١٠٠ رغيف

أتم أحمس كل عمليات الضرب السابقة باستخدام طريقة التنصيف والتضعيف التي كان يستخدمها دائما ولكننا نكتفى هنا بناتج الضرب .

وبالطبع فإن القارىء يمكن له أن يتصور الآن المجهود الكبير الذي بذله أحمس في حل هذه المسألة . لكننا لابد أننا أدركنا بالحس الرياضي أن هناك الكثير من المفاهيم والأساليب الرياضية التي أدركها أحمس واستخدمها من خلال أسلوبه في حل هذه المشكلة .

المثال الرابـــــع :

(يحمل الرقـم ٧٩ في برديته وهو من المسائل التي تدل على أن المصريين القدماء قد عرفوا المتواليات الهندسية) وتحكي المسألة الطريفة عن وجود ٧ حجـرات بمنزل احـدى السيـدات في كل حـجـرة ٧ قطط وكل قطة أكلت ٧ فئران وكل فأر أكل ٧ حبات قمح وكل حبة قمح تزن ٧ وحدات ، فما تركته السيدة إحصائيا (عدديا) ؟

وقد كان حل أحمس كما يلي :

	التركه عدديا		
عدد الحجرات	٧	أي	$٧^{١}$
عدد القطط	٤٩	أي	$٧^{٢}$
عدد الفئران	٣٤٣	أي	$٧^{٣}$
عدد حبات القمح	٢٤٠١	أي	$٧^{٤}$
وزن وحدات القمح	١٦٨٠٧	أي	$٧^{٥}$
تركة السيدة	١٩٦٠٧		

وواضح أن هذا المثال يدل على معرفة أحمس بالمتوالية الهندسية هو ينص على متوالية هندسية حدها الأول ٧ وأساسها ٧ وفيكون مجموع الخمسة حدود الأولى منها ١٩٦٠٧ وهو تركة السيدة عدديا .

المثال الخـــــامس :

بينما تؤول المسائل السابقة الى معادلات من الدرجة الأولى فإن هناك إحدى مسائل بردية برلين رقم (٦٦١٩) من كاهون (الأسرة الثانية عشر) تؤدي الى معادلتين احداهما من الدرجة الثانية والأخرى من الدرجة الأولى .

وتنص على تقسيم ١٠٠ وحدة مربعة الى مربعين بحيث إن طول ضلع أحد المربعين يساوي ثلاثة أرباع طول الضلع الآخر .

والأسلوب الإجرائي للحل كما ورد في البردية ينص على أنه :

اذا كان طول ضلع المربع الأول = ١ وحدة

فان طول ضلع المربع الثاني = $\frac{٣}{٤}$ وحدة

وهذا يؤدي الى أن مساحة المربع الأول = ١ وحدة مربعة

ومساحة المربع الثاني = $\frac{٩}{١٦}$ وحدة مربعة

فيكون مجموع مساحتي المربع الأول والثاني = ١ + $\frac{٩}{١٦}$ وحدة مربعة

= $\frac{٢٥}{١٦}$ وحدة مربعة

ويكون $\frac{٢٥}{١٦}$ فرضا تساوي ١٠٠ في الأصل

والآن نسير بأسلوب إجرائي مماثل لما ورد في الامثلة السابقة ونتساءل كم $\frac{٢٥}{١٦}$ في ١٠٠ ؟

بتقسيم ١٠٠ على $\frac{٢٥}{١٦}$ يكون الناتج ٦٤ (بالطبع تتم عملية القسمة بطريقتهم)

∴ مساحة المربع الأول = ٦٤

وتكون مساحة المربع الثاني = ٣٦

وإذا فكرنا في صياغة هذه المسألة برموزنا الحديثة فإنها تماثل المعادلتين

$$س^٢ + ص^٢ = ١٠٠$$

$$، \quad ص = \frac{٣}{٤} س$$

وبحلها معا جبريا نحصل على :

$$س = ٨ \quad ، \quad ص = ٦$$

$$∴ س^٢ = ٦٤ \quad ، \quad ص^٢ = ٣٦$$

وهي نفس النتائج التي توصل اليها أحمس بأسلوب حله وبدون رموز كما سبق وأوضحنا .

٤-٢-٢/ عند البابلين والسوماريين

يقول جورج سارتون «لقد استطاع الحاسب السوماري أن يحل بعض معادلات الدرجة الثالثة ولكنه لو لم يفعل سوى حل معادلات الدرجة الثانية كان ذلك سببا كافيا يحملنا على الإعجاب به على الرغم من أنه لم تكن لديه رمز للكمية المجهولة فان براعته الجبرية بلغت الدرجة التي استطاع معها أن

يقوم بالكثير من العمليات الجبرية المألوفة لدينا مثل اختزال الرموز المتماثلة وحذف كمية مجهولة بالتعويض » .

ومن الممارسات الجبرية للبابليين تلك الجداول التي تركوها والتي تحسب الربح المركب فقد وجدت جداول لقوى الأعداد من ١ : ١٠ والتي يمكن بها حل المعادلة في الصورة $أ(١ + ر)^{ن} = ب$ ومن أمثلة ذلك المثال التالي :

المثال الأول : كم من الزمن تحتاج اليه كمية من النقود لكي تتضاعف قيمتها اذا كانت تربح ربحا مركبا قدره ٢٠٪ سنويا؟

وإذا حاولنا التعامل مع حل المثال السابق بالرموز الرياضية الحالية فباعتبار الزمن ن فاننا نحتاج لحساب ن من المعادلة :

$$أ(١,٢)^{ن} = ٢أ$$

ومنها تحسب قيمة (ن) أما طريقة حلهم فكانت باستخراج قيمة ن فورا من جداول أعدت لذلك .

المثال الثاني : ترك البابليون متسلسلات يرجع تاريخها الى سنة ١٣٠٠ قبل الميلاد ومنها أمثلتها :

$$١^{٢} + ٢^{٢} + ٣^{٢} + ٤^{٢} + ٥^{٢} + ٦^{٢} + ٧^{٢} + ٨^{٢} + ٩^{٢} + ١٠^{٢}$$

$$= (١ \times \frac{١}{٣} + ١٠ \times \frac{٢}{٣}) \times ٥٥$$

$$= ٣٨٥$$

$$١ + ٢^{١} + ٢^{٢} + ٢^{٣} + ٢^{٤} + ٢^{٥} + ٢^{٦} + ٢^{٧} + ٢^{٨} + ٢^{٩}$$

$$= ٢^{٩} + ٢^{٩} - ١$$

لاحظ أن الطرف الأيمن في المتطابقة الثانية هو متوالية هندسية حدها الأول واحد صحيح وأساساها ٢ وعدد حدودها ١٠ والطرف الأيسر هو مجموع هذه المتوالية لكن ذلك لا يعني أن هناك توثيقا يؤكد معرفتهم للمتوالية الهندسية وقانون المجموع الخاص بها .

٤-٣-٣/ عند الأغريق :

أوضحنا في عرضنا لتطور الجبر أن الجبر عند الاغريق أخذ منحى مختلفا في الأسلوب عنه المصريين القدماء والبابليين حيث إعتمد الإغريق الاسلوب الهندسي في حل المشكلات الجبرية وأكدنا أن ذلك قد جاء نتاجا طبيعيا لأمرين : أولهما ولعهم وحبهم الشديد للهندسة ، وثانيهما ارتباط الهندسة بالجبر كفرعين متلازمين من فروع المعرفة الرياضية هذا الارتباط الذي أدركه الإغريق ونعرض لبعض الأمثلة التي تؤيد وتؤكد على هذا الرأي .

المثـــال الأول :

كان للفيثاغورثيين نشاط جبري ملحوظ حيث أوجدوا بعض القواعد التي تساعدهم في الحصول على أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية .

أي أنهم قد أوجدوا قواعد لحساب الأعداد أ ، ب ، جـ ، حيث إن هذه الأعداد الثلاثة هي أضلاع مثلث قائم الزاوية طول وتره جـ

من نظرية فيثاغورث فإن

$$أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$$

فإذا كان أ = م حيث م عــدد فردي

فإن ب = $\frac{م^2 - ١}{٢}$

، جـ = $\frac{م^2 + ١}{٢}$

ذلك لأن

$$م^2 + \left(\frac{م^2 - ١}{٢}\right)^2 = \left(\frac{م^2 + ١}{٢}\right)^2$$

فاذا اعتبرنا أن أ = ٣ فاننا نستطيع أن نحسب ب ، جـ

وتكون ب = ٤ ، جـ = ٥

واذا كانت م فردية أو زوجية ولتكن أ = ٢ م

وتكون ب = $م^2 - ١$ ، جـ = $م^2 + ١$

فاذا اعتبرنا م = ٤

فإن أ = ٢ م

= ٨

يكون ب = $م^2 - ١$

= ١٥

، جـ = $م^2 + ١$

= ١٧

وتكون الأعداد الثلاثة ٨ ، ١٥ ، ١٧ هي أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية .

المثال الثاني :

«بعد تطبيق نظرية فيثاغورث ظهرت للفيثاغورثيين أعداد جديدة ناتجة عن طول قطر المربع أو قطر المثلث القائم الزاوية ومنها علي سبيل المثال العدد الناتج عن طول قطر مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين وطول كل من ضلعي القائمة هو الوحدة فيكون طول ضلع الوتر هو $\sqrt{٢}$

أثبت الفيثاغورثيين أن $\sqrt{٢}$ لا يمكن أن يساوي كسرا كل من بسطه ومقامه عدد صحيح (وهو نفس الاثبات الذي يعرض حتى الآن في الرياضيات المعاصرة تحت عنوان اثبات أن $\sqrt{٢}$ ليس عددا نسبي)

ونورد هذا البرهان فيما يلي :

(سنستخدم الرموزالحالية لسهولة تقديم البرهان)

نفرض أن :

$$\sqrt{٢} = \frac{أ}{ب}$$

(أ ، ب عددان صحيحان ليس بينهما عامل مشترك)

$$\therefore \quad ٢ = \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$$

$$أ^{٢} = ٢ب^{٢} \Longrightarrow أ^{٢} \text{ عددا زوجيا}$$

∴ أ عدد زوجي أيضا

بفرض أ = ٢ جـ

∴ ٤جـ^{٢} = ٢ب^{٢}

ومنها ٢جـ^{٢} = ب^{٢} ⟸ ب^{٢} عددا زوجيا

∴ ب عدد زوجي أيضا

وبالتالي فإن أ ، ب كل منهما عدد زوجي ويكون بينهما عامل مشترك وهذا ينافي الفرض .

∴ $\sqrt{٢}$ لا يمكن وضعه علي الصورة الكسرية = $\frac{أ}{ب}$

المثال الثالث :

ايجاد ناتج مربع المقدار الجبري (أ + ب) أو إثبات صحة المتطابقة (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}

يرجى ملاحظة الاسلوب الاجرائي للبرهان (الهندسي)

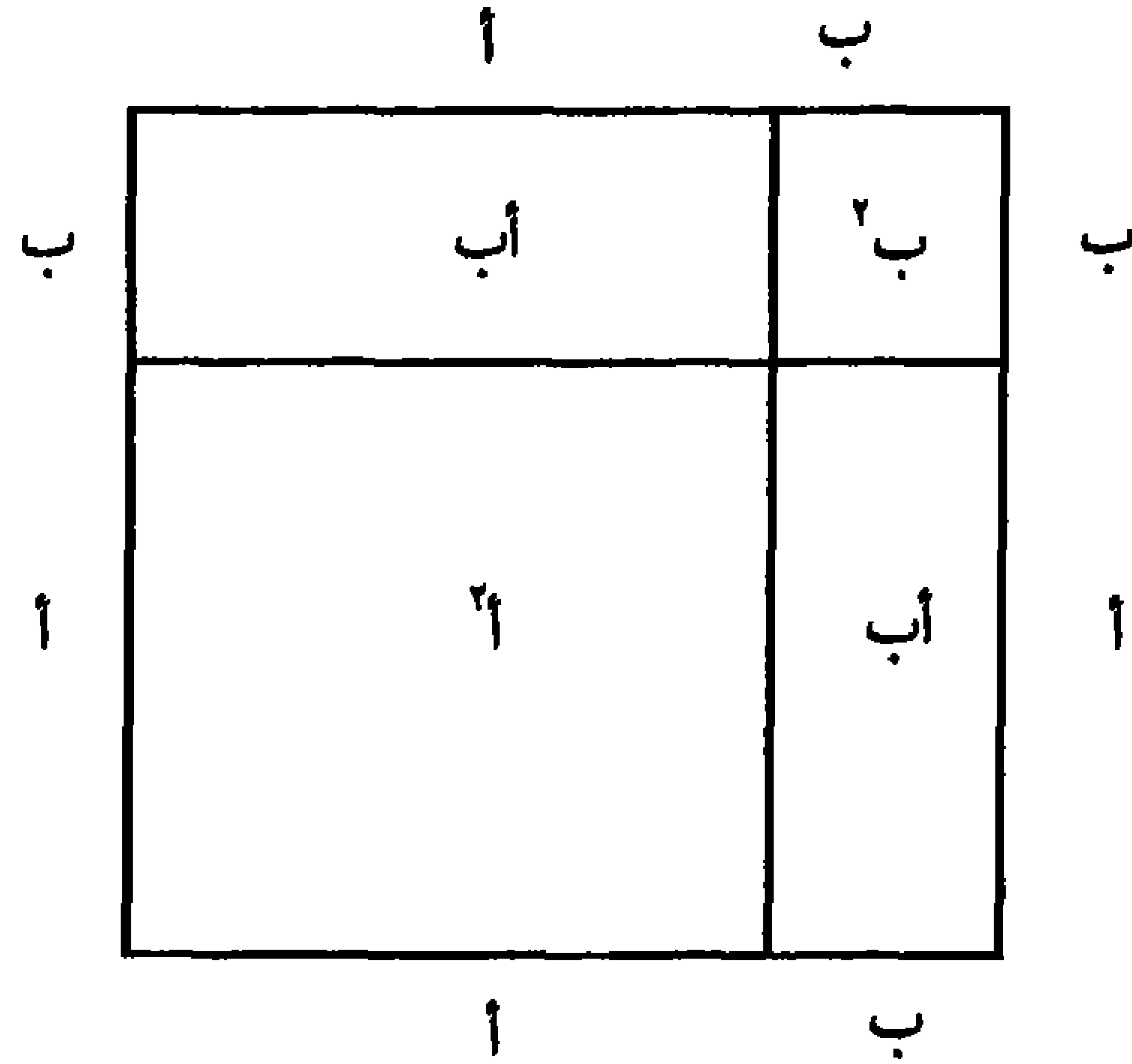
أن (أ + ب)^{٢} تعني قيمة مساحة مربع طول ضلعه (أ + ب)

أ^{٢} ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, أ

ب^{٢} ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ب

أب تعني مساحة مستطيل طول ضلعيه أ ، ب

لتوضيح الحل الهندسي (انظر الشكل التالي)



من الشكل :

نجد أن المربع الذي طول ضلعه (أ + ب) ومساحته (أ + ب)^{٢} يمكن تقسيمة الى مربعين ومستطيلين :

طول ضلع المربع الأول = أ ومساحته أ^{٢} .

طول ضلع المربع الثاني = ب ومساحته ب^{٢}

طول كل من المستطيل الأول والثاني = أ ، عرض كل من المستطيل الاول والثاني = ب

∴ مساحة أي من المستطيلين = أ ب

وبملاحظة الشكل والتقسيم

فإن مساحة المربع الاكبر = مجموع مساحتي المربعين الاصغرين

، مجموع مساحتي المستطيلين

∴ (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} + ٢أ ب

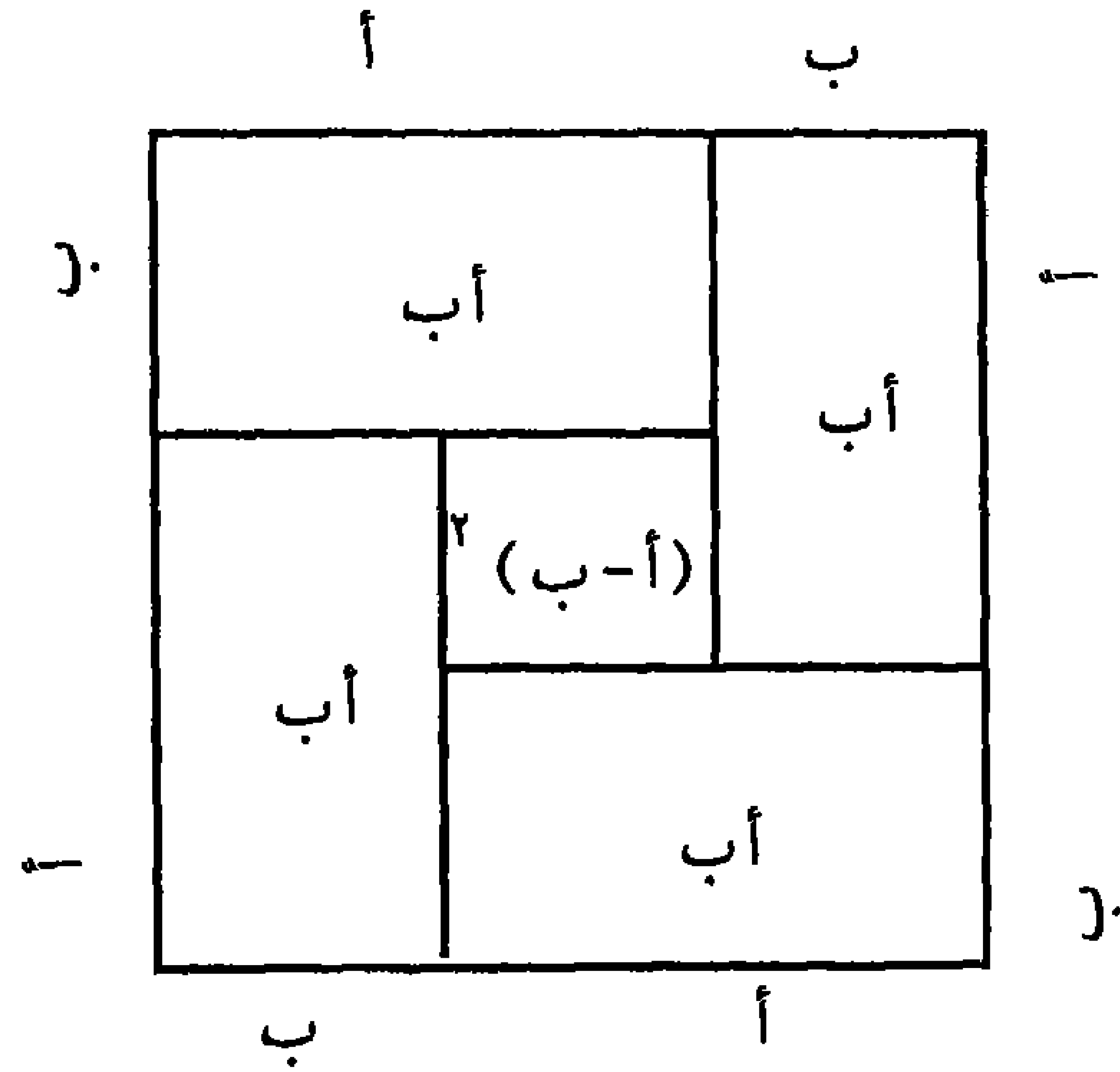
وهو المطلوب

المثال الرابع :

والآن للحصول على قيمة مربع المقدار (أ − ب)أو إثبات المتصابقة

(أ − ب)^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} − ٢أب

(انظر الشكل التالي)



المربع الذي طول ضلعه (أ + ب) ومساحته (أ + ب) ^{٢} يمكن تقسيمه كما هو موضح الى :

مربع طول ضلعه (أ- ب) ومساحته (أ - ب) ^{٢} ، ٤ مستطيلات طول كل منها = أ ، وعرض كل منها = ب ومن الشكل والتقسيم فإن

مساحة المربع الاكبر = مساحة المربع الاصغر + مساحة المستطيل

أي أن :

(أ + ب) ^{٢} = (أ – ب) ^{٢} + ٤ أب   ومنها :

(أ – ب) ^{٢} = (أ + ب) ^{٢} - ٤ أب

لكن سبق إثبات أن

(أ + ب) ^{٢} = أ ^{٢} + ب ^{٢} + ٢أب

إذن (أ – ب) ^{٢} = أ ^{٢} + ب ^{٢} + ٢أب – ٤أب

= أ ^{٢} + ب ^{٢} – ٢أب

وهو المطلوب

المثال الخامس :

(حل معادلة الدرجة الثانية عند الإغريق بالأسلوب الهندسي) استخدم الفيثاغورثيون أسلوبا هندسيا أيضا لحل معادلة الدرجة الثانية ونعرض لذلك في المثال التالي :

حل المعادلة س ^{٢} – ١٠ س + ١٦ = ٠

وقد صاغها الفيثاغورثيون أيضا بصياغة أخرى (أوجد عددين مجموعهما

١٠ وحاصل ضربهما ١٦) ، وأعادوا ترجمة السؤال بالاسلوب الهندسي كما يلي :

(قسم مستقيما طوله ١٠ وحدات الى جزئين بحيث تكون مساحة المستطيل الناشئ من الجزئين = ١٦)

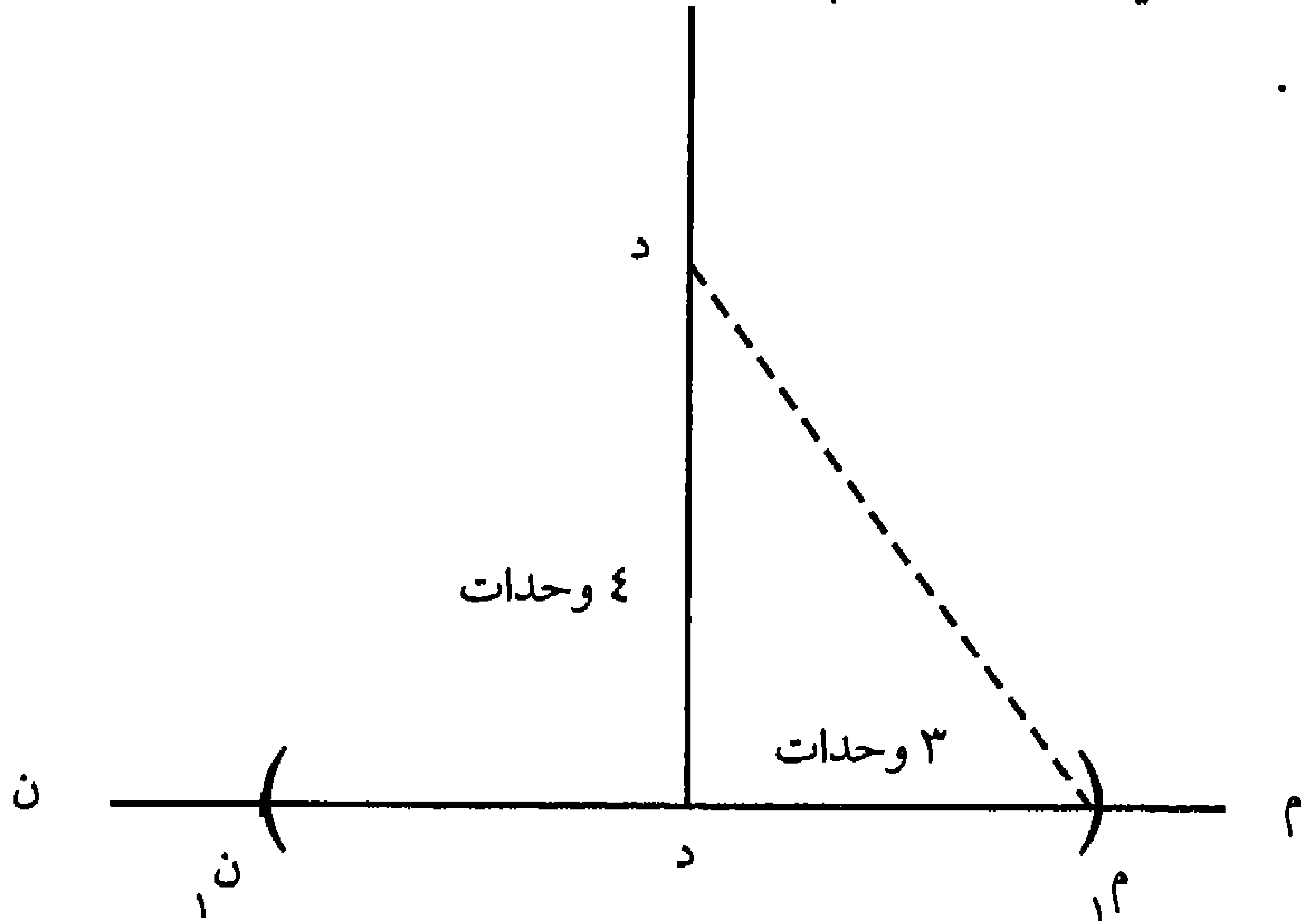
وكانت خطوات الحل كما يلي :

* ارسم مستقيما م ن طوله ١٠ وحدات .

* نصف م ن في هـ

* أقم عمودا هـ د من هـ على أ ب بحيث يكون طول هـ د = ٤ وحدات .

* اركز في نقطة د وارسم دائرة نصف قطرها ٥ وحدات تقطع م ن في م١ ، ن١ .



فيكون المستقيم م ن قد انقسم في $م_1$ الى جزئين طولاهما ٢ وحدة ، ٨ وحدة على الترتيب .

أو يكون المستقيم م ن قد انقسم في $ن_1$ الي جزأين طولاهما ٨ وحدة ، ٢ وحدة على الترتيب .

[ملاحظة : $م_1$ هـ د مثلث قائم الزاوية وبتطبيق نظرية فيثاغورث يكون هـ $م_1$ = ٣ وحدات ، ومنها فإن م $م_1$ = ٢ ، $م_1$ ن = ٨]

ويكون مجموعة الحل للمعادلة المذكورة هي ٢ ، ٨ .

المثال السادس :

كان للمدرسة الأفلاطونية كثير من الفضل على موضوعي النسبة والتناسب في الجبر على يد يودكصص فبرهن على أنه :

(١) إذا كان أ > ب فإن $\frac{أ + جـ}{ب + جـ} < \frac{أ}{ب}$

(٢) إذا كان لدينا أعداد أربعة أ ، ب ، جـ ، د وكان م أ = ن ب ، م جـ = ن د

فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

المثال السابع :

(طريقة هيرون لتعيين الجذر التربيعي للأعداد غير الجذرية) .

(من مـــدرســـة الإسكندرية)

مثال ذلك : أوجد قيمة $\sqrt{3}$

استطاع هيرون الحصول على القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{3}$ بطريقة تكرار إيجاد المتوسط الحسابي كما يلي :

ليس هناك عدد لو ضرب × نفسه لنتج العدد ٣

* لكن بتحليل العدد ٣ لا يوجد إلا عاملان فقط هما ١ ، ٣

* بأخذ المتوسط الحساب للعددين ١ ، ٣ .

∴ المتوسط الحسابي = $\frac{1}{2}(1+3) = 2$

« وهي القيمة التقريبية الاولى التقريبية »

* فإذا اعتبرنا ٢ جذرا للعدد ٣

فإن الجذر الثاني يكون $\frac{3}{2}$ حيث $2 \times \frac{3}{2} = 3$

* بأخذ المتوسط الحسابي للعددين ٢ ، $\frac{3}{2}$

∴ المتوسط الحسابي = $\frac{1}{2}\left(2 + \frac{3}{2}\right) = \frac{7}{4}$

« وهي القيمة التقريبية الثانية للجـــذر »

* فإذا اعتبرنا $\frac{7}{4}$ جذرا للعدد ٣

فإن الجذر الآخر يكون = $\frac{12}{7}$ حيث $\frac{7}{4} \times \frac{12}{7} = 3$

$\therefore$ المتوسط الحسابي $= \frac{١}{٢} \left(\frac{٧}{٤} + \frac{١٢}{٧} \right) = \frac{٩٧}{٥٦}$

« القيمة التقريبية الثالثة للجذر »

هكذا فإننا وبتكرار نفس الخطوات نستطيع أن نصل الى قيمة للعدد $\sqrt{٣}$ أدق فأدق وهكذا حسب عدد الخطوات الإجرائية .

٤ - ٢ - ٤/ عند الهنود :

لقد كان للهنود مآثر جيدة في علم الجبر وعلى سبيل المثال فإننا نورد إحدى المسائل التي تعود للقرن السادس الميلادي والتي خاطب فيها أحد علماء الرياضيات الهنود ويدعي أريا نتا ابنته قائلا :

ابنتي العزيزة . . . .

إنك بلا شك تفهمين الطريقة الصحيحة للحل بالمعكوس . أرجو أن تستطيعي حل المسألة الآتية :

ما العدد الذي إذا ضرب × ٣

ثم أضيف اليه $\frac{٣}{٤}$ حاصل الضرب الناتج

ثم قسم على ٧

ثم نقص بمقدار $\frac{١}{٣}$ خارج القسمة

ثم ضرب × نفسه

ثم   أنقص منه ٥٢

ثم   أخذ جذره التربيعي

ثم   أضيف اليه ٨

ثم   قسم الناتج على ١٠

كان الناتج = ٢

أما عن طريقة الحل والتي اشتهرت باسم طريقة المعكوس الهندية ، وذلك لأن حلها يبدأ من نهاية المسألة ويسير خطوة بخطوة حتى يصل الى أول المسألة وهو ما نورده كالاتي :

خطوة (١) : ٢×١٠

خطوة (٢) : $(٢ \times ١٠) - ٨$

خطوة (٣) : $[(٢ \times ١٠) - ٨]^{٢} = ١٤٤$

خطوة (٤) : $[(٢ \times ١٠) - ٨]^{٢} + ٥٢ = ١٤٤ + ٥٣ = ١٩٦$

خطوة (٥) : $\sqrt{١٩٦} = ١٤$

خطوة (٦) : $١٤ \times \frac{٣}{٢} = ٢١$

خطوة (٧) : $٢١ \times ٧ = ١٤٧$

خطوة (٨) : $١٤٧ \times \frac{٤}{٧} = ٨٤$

خطوة (٩) : $٨٤ \times \frac{١}{٣} = ٢٨$

إذن العدد المطلوب ايجاده = ٢٨

ومما هو جديد بالذكر أن الهنود استخدموا اللغةالمختزلة تماما كما فعل ديوفانتس لتساعدهم في حل المشكلات الجبرية .

كما عرفوا أن معادلة الدرجة الثانية لها جذران واستخدموا في حلها طريقة اكما ل المربع .

لكننا نكتفي في مجالنا هذا بالمثال الذي أوردناه والذي يوضح بجلاء الطريقة المفردة عند الهنود في حل المعادلات والمعروفة بطريقة « المعكوس»

٤ – ٢ – ٥ / عند المسلمين .

في مقدمتنا عن نشأة الجبر أوضحنا بالتوثيق والتأكيد أن المسلمين أول من استخدموا كلمة الجبر عند حل المعادلات والآن نعرض بعض النماذج من الجبر عبر الحضارة الإسلامية ولا شك أنه بتناول دراسة هذه النماذج يتضح لنا تماما فضل الحضارة العربية الإسلامية على مسيرة الرياضيات عامة والجبر خاصة .

المثال الأول :

معادلات الدرجة الثانية

« شرح الخوارزمي ستة أنواع من معادلات الدرجة الثانية مع حلولها كما شرح العمليات الأربع الأولية في الجبر وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة (وقد سبق توضيح ذلك في تطور علم الجبر عبر العصور)

فإذا كانت المسألة المعطاة في الصورة :

حل المعادلة (مال وعشرة جذور تعادل ٣٩ درهما)

ولو استخدمنا الرموز الحديثة في ترجمة صيغة هذه المسألة فإن المقصود بالمال هو $س^{٢}$ ، عشرة جذور هما ١٠ س وأن الحد المطلق هو ٣٩ وتكون المعادلة المطلوب حلها في الصورة $س^{٢}$ + ١٠ س = ٣٩

وصورة القانون الذي استخدمه الخوارزمي لحل مثل هذه المعادلات هو :

$$س = \sqrt{\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} + جـ} - \frac{ب}{٢}$$

ويجب ملاحظة أن هذا القانون بقليل من الاختصارات الجبرية المتبعة حاليا يمكن أن يصل للصورة المتداولة في معاهدنا في وقتنا هذا باسم قانون حل معادلة الدرجة الثانية في الصورة .

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

فإذا وضعنا أ = ١ ، جـ = - جـ في هذا القانون فإننا نصل الى القانون الذي أورده الخوارزمي لهذا الغرض أما كيفية تطبيق الخوارزمي للقانون لحل المعادلة المطلوبة والموجود في كتابه الجبروالمقابلة فهو كما يلي :

$$س = \sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} + ٣٩} - \frac{١٠}{٢}$$

$$= \sqrt{٢٥ + ٣٩} - \frac{١٠}{٢}$$

$$= \sqrt{٦٤} - ٥$$

$$= ٨ - ٥ = ٣$$

وقد أهمل الخوارزمي الجذر السالب لهذه المعادلة أي أنه استخرج جذرا واحدا عند الحل .

المثال الثاني :

حل المثال السابق بالطريقة العربية الهندسية

امتداد لفكر الإغريق الهندسي في حل المشكلات الجبرية فقد انتحى المسلمون منحاهم في ذلك وقدموا حلا هندسيا رائعا لمعادلات الدرجة الثانية كما في النموذج التالي :

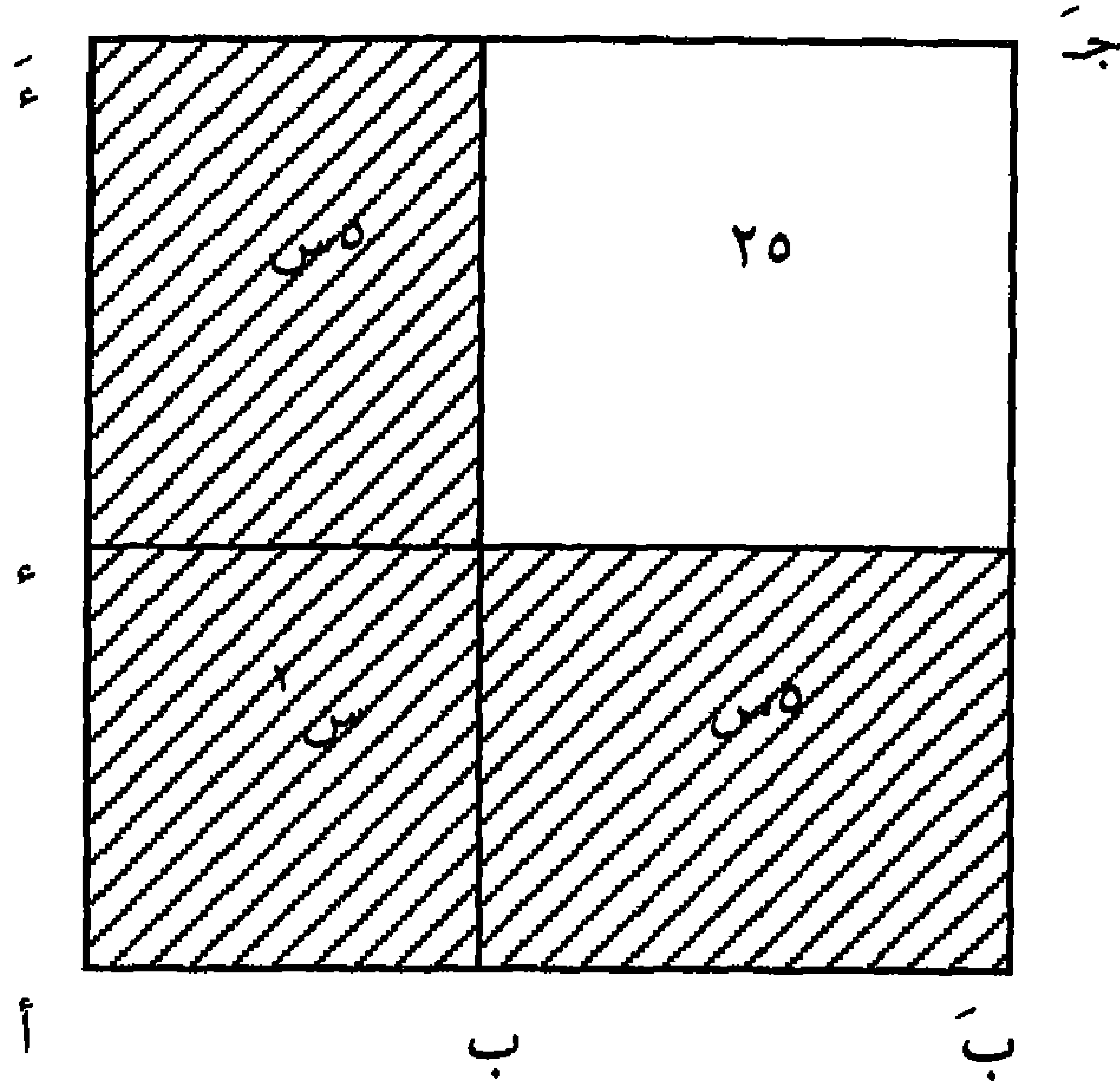
إن الأسلوب الهندسي لحل المعادلة (مال وعشرة جذور تعادل ٣٩ درهما) تتلخص في الخطوات التالية :

* ارسم مربعا أ ب جـ د طول ضلعه هو الجذر المطلوب (نفرضه س للسهولة) .

* مد أ ب ، أد الى أبَ ، أدَ على الترتيب بمقدار نصف عدد الجذور أي مد كلا منهما بمقدار ٥ وحدات طولية .

* أكمل المربع الجديد أ بَ جَـ دَ فيصبح طول ضلعه (الجذر + ٥)

ونفرضه للتبسيط (س + ٥)



بالنظر الى الرسم الموضح

نجد أن مساحة الجزء المظلل = س^{٢} + ١٠ س (١)

ولكن المعادلة المراد حلها تكافئ .

س^{٢} + ١٠ س = ٣٩ (٢)

من (١) , (٢)

∴ مساحة الجزء المظلل = ٣٩

∴ مساحة المربع أ بَ جـَ دَ = ٣٩ + ٢٥ = ٦٤

طو ل ضلع المربع = ٦٤ = ٨

∴ س+ ٥ = ٨

∴ س = ٣

وواضح أن هذه الطريقة الهندسية تتفق تماما مع طريقة اكمال المربع التي نستخدمها حديثا في حل معادلة الدرجة الثانية .

طريقة إكمال المربع المستخدمة حاليا في حل معادلة الدرجة الثانية :

لحل المعادلة $س^2 + ١٠ س = ٣٩$

نضيف ٢٥ الي الطرفين وذلك لاكمال المربع في الطرف الأيمن

$$\therefore س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = ٣٩ + ٢٥$$

$$\Longleftarrow (س + ٥)^{٢} = ٦٤$$

$$\Longleftarrow (س + ٥) = ٨$$

$$\Longleftarrow س = ٣$$

لو قارنا طريقة المسلمين الهندسية وطريقة إكمال المربع لتبين لنا أن الطريقة الإسلامية تتطابق وطريقة إكمال المربع الحالية .

حل معادلة الدرجة الثانية (طريقة هندسية)

عند الخوارزمي

المثال الثالث :

طريقة الخوارزمي لإيجاد ارتفاع مثلث

أب جـ مثلث أطوال أضلاعه على الترتيب ١٣ ، ١٤ ، ١٥ والمطلوب ايجاد :

(١) ارتفاعه ع

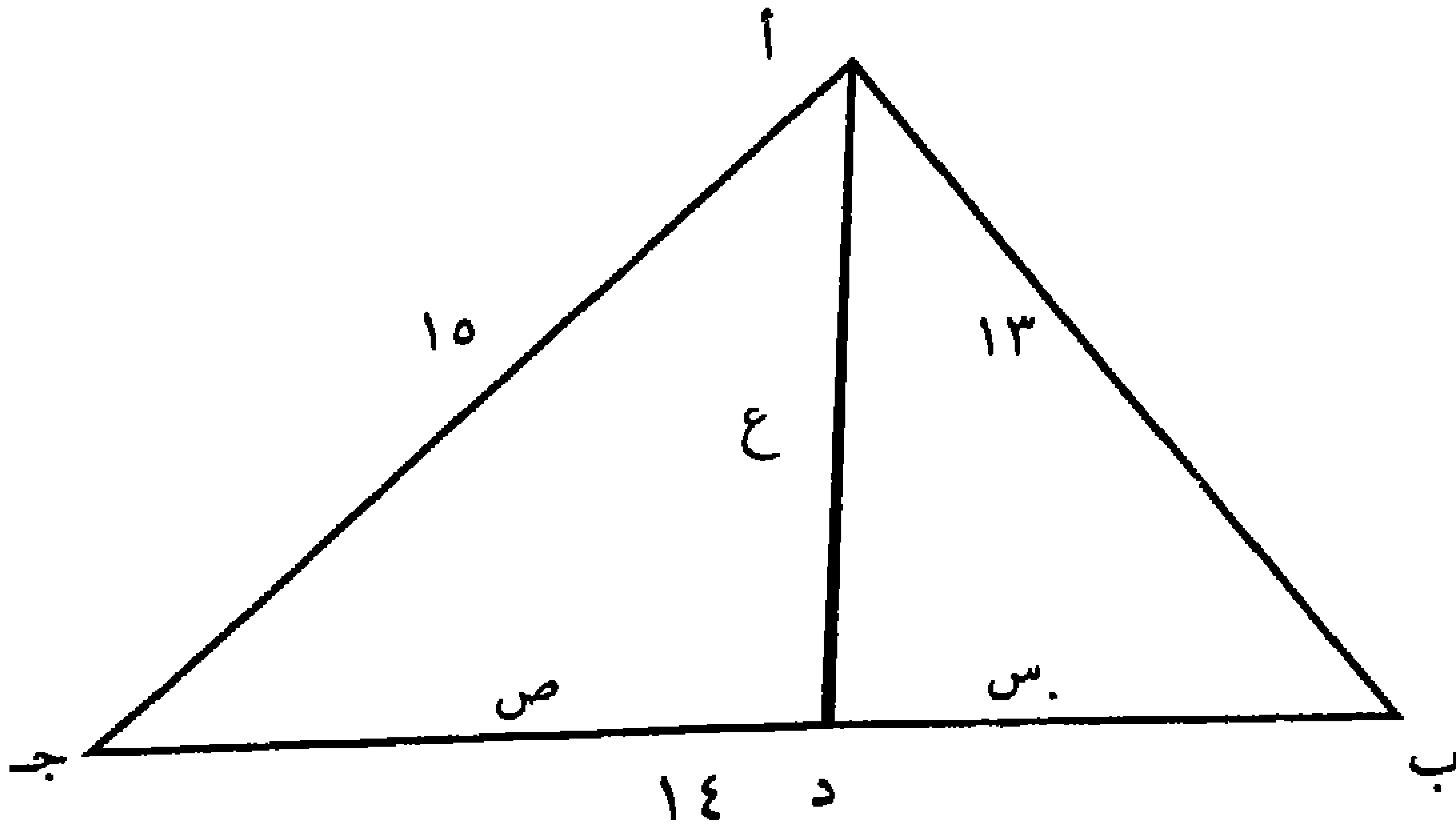
(ج) طولا جزئي القاعدة س ، ص

لحل المشكلة طبق الخوارزمي نظرية فيثاغورث الشهيرة

حيث استنتج أن :

من المثلث أ د ب

$ع^{٢} = ١٣^{٢} - س^{٢}$ (١)



من المثلث أ د جـ

$ع^٢ = ١٥^٢ - ص^٢$

ولكن س + ص = ١٤

⟸ ص = ١٤ - س

∴ $ع^٢ = ١٥^٢ - (١٤ - س)^٢$

من (١)، (٢)

$١٣^٢ - س^٢ = ١٥^٢ - (١٤ - س)^٢$

⟸ $١٦٩ - س^٢ = ٢٢٥ - (١٩٦ - ٢٨ س + س^٢)$

⟸ $١٦٩ - س^٢ = ٢٢٥ - ١٩٦ + ٢٨ س - س^٢$

⟸ ٢٨ س = ١٦٩ + ١٩٦ - ٢٢٥

⟸ ٢٨ س = ٣٦٥ - ٢٢٥

⟸ ٢٨ س = ١٤٠

⟸ س = ٥

ومنها فإن ص = ٩

وبالتعويض في (١)

$ع^٢ = ١٣^٢ - ٥^٢$

= ١٦٩ - ٢٥

= ١٤٤

⟸ ع = ١٢

المثال الرابع : المستصعبات :

سبق أن أوضحنا أن علماء المسلمين قد أطلقوا على المسألة التي لا يمكن حلها بالمستصعبة ومن المستصعبات الإسلامية يورد لنا العالم بهاء الدين العاملي مثالين هما :

أولا : المستصعبة الثانية عند المسلمين :

« مال إذا زدنا عليه عشرة كان للمجتمع جذر أو أنقصنا منه عشرة كان الباقي جذرا »

أي أن $س^2 + ١٠ = ص_1^2$

أ ، $س^2 - ١٠ = ص_2^2$

بالجمع فإن $2 س^2 = ص_1^2 + ص_2^2$ وهذا مستحيل حيث س ، $ص_1$ ، $ص_2$ أعداد صحيحة مختلفة .

ثانيا : أما المستصعبة الرابعة للمسلمين فقد سبق إيضاحها وهي أن العلاقة $ع^3 = س^3 + ص^3$ لا يمكن تحقيقها طالما أن ع ، س ، ص ثلاث أعداد صحيحة وهي المستصعبة التي تنسب لعالم الرياضيات الإسلامي عمر الخيام والتي كانت بداية لدراسة رياضية مثيرة في التحليل العددي قام بها عالم الرياضيات الشهير فرمات وقد تناولها من قبله الكثير من الرياضيين العرب أمثال الفارسي والحسن بن الهيثم وغيرهما .

المثال الخامس : المتواليات العددية :

يوضح هذاالمثال أن علماء المسلمين قد توصلوا للحد العام ومجموع المتوالية العددية .

يقول ابو عبد الله محمد الشهير (بابن بدر)

« إذا تفاضلت الأعداد بعدة معلومة دون التضعيف فاضرب التفاضل في عدة الاعداد إلا واحدا فيما بلغ أجمل عليه أول الاعداد يكون ذلك آخر الاعداد أجمل عليه أول الاعداد ، واضرب الناتج في نصف العدة يكون لك المطلوب»
وإذا تتبعنا هذا النص نرى أن :

(١) المقصود بتفاضل الأعداد هو الفرق بين كل عدد والسابق له (وهو مانسميه اليوم بأساس المتوالية العددية)

وما دام هذا التفاضل ثابتا فإن الأعداد تكون متوالية عددية .

(٢) المقصود بعدة الاعدادهو عدد الأعداد .

(وهو ما نسميه اليوم عدد حدود المتوالية العددية)

(٣) لاستنتاج الحد الأخير :

نفرض أن العدد الأول هو أ

وأن التفاضل هو د

وأن عـــــدد الأعـــــداد ن

وبتتبع النص « إضرب التفاضل في عدة الأعداد إلا واحدا واجمل عليه الحد الأول ينتج الحد الأخير » .

أي أنه للحصول على الحد الأخير نضرب د × (ن − ١) ثم نضيف عليها الحد الأول أ و باستخدام الرموز المفروضة فإن

الحد الأخير = أ + (ن − ١) د

وهو نفس القانون المستخدم حاليا للحصول على الحد الأخير في المتوالية العددية .

(٤) لاستنتاج مجموع المتوالية العددية :

نتتبع بقية النص « أجمل عليه أول الأعداد ثم أضرب الناتج في نصف العده يكون لك المطلوب »

أي أنه للحصو ل على قانون المجموع فإننا نضيف الحد الأول إلى الأخير ثم نضرب الناتج في نصف عدد الحدود وينتج المجموع وباستخدام الرموز المفروضة يكون جـ = $\frac{ن}{٢}$ [٢ أ + (ن − ١) د]

وهو نفس القانون المستخدم حاليا للحصول على مجموع المتوالية العددية .

مثال توضيحي :

أوجد مجموع المتوالية العددية

٧ ، ٩ ، ١١ .... ٢١ حداً

التفاضل = ٩ – ٧ = ٢ عدد الأعداد إلا واحدا

= ٢١ – ١ = ٢٠

∴ الحد الأخير = ٢٠ × ٢ + ٧ = ٤٧

المجموع = (٤٧ + ٧) × $\frac{٢٠}{٢}$

= ٥٤٠

المثال السادس :

(من منظومات ابن الياسمين في أعمال الجبر والحساب)

أولا : « المنازل » :

ويقصد بها ابن الياسمين القُوىَ أو الأسس التي يرفع اليه المجهول حيث يقول في الأبيات رقم ٤٢ ، ٤٣، ٤٤ من المنظومة :

٤٢) ثم أقول بعد في المنــــازل	مــقــال إيجــاز بلفظ شــامل
٤٣) الجذر في الأولى يليه المال	وبـعـده كـعـــب له استقـلال
٤٤) وهكذا ركِّب عليــه أبـــــدا	مـا بلغت ومـا تناهت عـدداً

والمقصود أنك إذا بدأت بالمجهول س (مثلا) فضربته في نفسه حصلت على منزلته الثانية وهي المال

أي أن $س \times س = س^{٢}$ وهي المنزلة الثانية

وإذا ضربته في نفسه مره أخرى حصلت على منزلته الثالثة وهي الكعب .

أي أن $س \times س \times س = س^{٣}$ وهي المنزلة الثالثة

وقس على ذلك :

المنـزلة الــرابعة مـال الــمال $= س^{٤}$

المنزلة الخامـسة مـال الكعـب $= س^{٥}$

وهكذا . . . .

لأي عدد من المنازل نريد .

ثانيا في ضرب المقادير الجبرية :

يقول ابن الياسمين :

٥١) وضرب كل زايد وناقص — في نوعه زيادة للفاحص

٥٢) وضربه في عكسه نقصان — فافهم هداك الملك الديان

ويقصد ابن الياسمين بذلك أن :

(١) حاصل ضرب المقدار الزائد في نوعه (أي في مقدار زائد)

أوحاصل ضرب المقدارالناقص في نوعه (أي في مقدار ناقص)

يكون الناتج زائدا في الحالتين

(٢) حاصل ضرب المقدار الزائدفي المقدار الناقص فإن الناتج يكون ناقصا .

وهي قاعدة الاشارات لضرب الحدود الجبرية والتي ما زلنا عليها للآن

(إشارة الناتج)

$$+\left\{\begin{matrix} + \times + \\ - \times - \end{matrix}\right.$$

$$-\left\{\begin{matrix} - \times + \\ - \times - \end{matrix}\right.$$

المثال السابع :

من أرجوزة أعمال الجذور لابن الياسمين أيضا :

أولا : ضرب الجذور :

١٢) فإن اردت ضرب جذر العدد	في غيره أو مثله أو عدد
١٣)فربِّعَنْهُما على انفراد	واضربهما كالضرب للأعداد
١٤)وجذر ما يخرج فهو الخارج	ومن هنا تبدولك المناهج

ويقصد ابن الياسمين بذلك حالتين :

الأولى : ضرب جذر عدد في جذرعدد آخر ويكون الناتج جذر حاصل الضرب مثال ذلك $\sqrt{٦} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٤٨}$ (المضروبان مرتبه واحدة)

الثانية : لضرب عدد في جذر عدد يمكن تربيع العدد وأخذ جذرالمربع حتى يكون من نفس الجنس أي يصبح المضروبان من مرتبة واحدة ثم نتبع ماجاء في الحالة الأولى .

مثال ذلك :

$$= ٣ \times \sqrt{٦}$$

$$= \sqrt{٩} \times \sqrt{٦}$$ (تطبيق الحالة الأولى)

$$= \sqrt{٥٤}$$

ثانيا : جمع الجذور :

(١٥) والجمع فاسمعه كلاما مجملا ... أن تجــمع الـمــربعــين أولا
ولنضــربنهــمـا كـمـا تقـدمـا ... وتأخذ الجذرين مما قد نما
وأحملهما ايضا على المجموع ... ثم أطلب الجذر من الجـميع
فـذاك وجـه الجـمع للجـذور ... من الأصم أو من المـجـذور

ويقصد ابن الياسمين :

- نجمع المربعين أولا $= \text{أ} + \text{ب}$
- ولنضربهما $\sqrt{\text{أ}} \,.\, \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{أب}}$
- فنأخذ جذرين مما قد نما $= ٢\sqrt{\text{أ ب}}$
- أحملهما على المجموع $= ٢\sqrt{\text{أب}} + (\text{أ} + \text{ب})$
- ثم أطلب الجذر من الجميع :

$$\therefore \sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{٢\sqrt{\text{أ ب}} + (\text{أ} + \text{ب})}$$

وهو الناتج النهائي الذي استخدم بعد ذلك كقاعدة لجمع الجذور .

وكمثال عددي :

للحصول علي قيمة $\sqrt{٣} + \sqrt{١٢}$

المقدار = $\sqrt{٢\sqrt{٣ \times ١٢} + ٣ + ١٢}$

$= \sqrt{٢\sqrt{٣٦} + ٣ + ١٢}$

$= \sqrt{٢ \times ٦ + ٣ + ١٢}$

$= \sqrt{١٢ + ١٥}$

$= \sqrt{٢٧}$

هذا وقد استمر ابن الياسمين من خلال منظومته في عرض الأسلوب الإجرائي للعمليات :

* عملية القسمة على الجذور .

* تضعيف الجذور

* طرح الجذور

* واختبار الجذور . ولكننا نكتفي بالأمثلة السابقة من منظومات ابن الياسمين لتوضح أعمال هذا الرياضي المسلم .

كتاب الدر الثمين في شرح

أرجوزة ابن الياسمين في علم الجبر والمقابلة ابداع

الشيخ الامام اوحد الانام علم الاعلام

شهاب الدين احمد بن محمد عوف بالله

الهائم فسح الله في مدته

ونفع المسلمين

شكل (٤) - كتاب (الدار الثمين في شرح آرجوزة ابن الياسمين في الجبر والمقابلة)

(مخطوط دار الكتب و الوثائق القومية بالقاهرة)

والجمع فاسمعه كلاماً مجملا — ان تجمع المرتفعين أولا
ولتضرب بينهما كما تقدما — وتأخذ الجذر من بينهما قد نما
واجملهما ايضاً على المجموع — ثم اطلب الجذر من المجموع
فذاك وجه الجمع للجذور — من الاصم او من المجذور
واوجه القسمة عندي اربعة — خذها لذلك شرحها منوعة
فقسمة الفرد على المنفرد — ان تقسم التربيع قسم العدد
والجمع الحاصل ان تابعا — ينبي عن الجذر بينهما ربعا
وقسمة الفرد على التركيب — تعتز له وجهاً من الضروب
ان تضرب التركيب في منفصله — وان غدا فضلا في متصله
وتقسم الفرد على ما قد بدا — من ضرب ذلك المركبين ابدا
ثم اضرب الخارج في المنفصل — ان كان منفصولا او المتصل
فذاك ما يخرج من قسمه — سبحان من اوضح من حكمته
وقسمة المركب المعلوم — على المفرد المرسوم
ان تقسم الافراد فيما ركبا — فرداً على فرد كما قد ركبا
كما الذي تقدم مثله في القسمة — فاسمع هداك الله رب الحكمة

المثال الثامن :

المسألة المكية لابن حمزة (التحليل التوافقي)

عندما عجز علماء الرياضيات في الهند عن حل إحدى المسائل العددية الرياضية . . . ، ومع وقت حج بيت الله نقل أحد علماء الهند مسألة لابن حمزة ليضع لها حلا وهي إحدى المسائل التي تهتم بالأعداد .

« وتنص المسألة على أن رجلا مسلما توفي وترك (٩) أولاد ذكور وإحدى وثمانين نخلة » .

تعطي الأولى رطلا واحدا من التمر سنويا .

تعطي الثانية رطلين من التمر سنويا .

تعطي الثالثة ٣ أرطال من التمر سنويا .

وهكذا . . . .

. . . .

وأخيراً تعطي الواحدة والثمانين إحدى وثمانون رطلا من التمر سنويا والمطلوب تقسيم النخلات على الأبناء التسعة بحيث تكون أنصبتهم جميعا من التمر متساوية في الوزن طبقا للشريعة الإسلامية .

وباختصار أن يتساوى كم منهم في عدد ما يحصل عليه من النخلات ومن أرطال التمروقد وضع ابن حمزة حلا للمسألة كما يلي :

الأبناء	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)	(٩)
أرقام النخل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
	١٨	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
	٢٦	٢٧	٩٩	٢٠	٢١	٢٢	٣٢	٢٤	٢٥
	٣٤	٣٥	٣٦	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣
	٤٢	٤٣							
	٥٠	٥١							
	٥٨	٥٩							
	٦٦	٦٧							
	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٧٣
نصيب كلا ابن بالرطل	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا	٣٦٩ رطلا

(توزيع النخل على الابناء التسعة كماورد في حل ابن حمزة)

المثال التاسع :

إبن الهيثم والتحليل التوافقي (نظرية الأعداد)

خاصية ولسن :

إذا كان ن عدد أولي فإن

$$\frac{\text{١} \times \text{٢} \times \text{٣} \times \text{٣} \times \text{٤} \ldots\ldots (\text{ن} - \text{٢})(\text{ن} - \text{١})}{\text{ن}} = \text{عدد اصحيحا}$$.

إن العالم دارينغ (١٧٧٠م) لم يذكر على الإطلاق أن ولسن قد قدم برهانا لخاصيته لكن لاجرانج هو الذي قدم هذا البرهان .

وما يهمنا في هذا الصدد تأكيده هو مقوله العلماء بأن العالم المسلم الحسن بن الهيثم قد أعطى برهاناً لهذه الخاصية من خلال حله لمسألة توافق خطي .

إن خاصية ولسن هي إحدى الخواص الضرورية للأعداد الأولية وبرهان ابن الهيثم من خلال حل مسألته هو من السهولة بحيث يستطيع القارئ المتتبع للفكر الرياضي من خلال هذا الكتاب أن يقف على أسلوب البرهان من خلال الخطوات كما وردت عند ابن الهيثم .

يبدأ بن الهيثم مسألته بسم الله الرحمن الرحيم – **العزة لله** –

المطلوب في المسأله : إيجاد عدد :

إذا قسم على اثنين فإن الباقي واحد . أيضا .

إذا قسم على ثلاثة فإن الباقي واحد أيضا .

إذا قسم على أربعة فإن الباقي واحد أيضا .

إذا قسم على خمسة فإن الباقي واحد أيضا .

إذا قسم على ستة فإن الباقي واحد أيضا .

إذا قسم على سبعة فلا باقي .

يقول الحسن بن الهيثم

« هذه مسألة سيالة أعني لها عدة أجوبة . ولحلها عندي طريقتان إحدى الطريقتين أن نضرب الأعداد المذكورة والتي يقسم عليها العدد فيبقى واحد بعضها في بعض وما اجتمع منها يزاد عليه واحدا فيكون العدد المطلوب»

أي أنه لإيجاد العدد المطلوب كما يقترح ابن الهيثم في طريقته الأولى .

العدد = (٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦) + ١

= ٧٢٠ + ١

= ٧٢١

وذلك – وحسب نص ابن الهيثم – « لأن ٧٢٠ تنقسم على ٢ لأن لها نصفاً

وتنقسم على ثلاثة لأن لها ثلثاً وتنقسم على أربعة لأن لها ربعاً وتنقسم على خمسة لأن لها خمساً وتنقسم على ستة لأن لها سدساً وإذا كانت ٧٢٠ تنقسم على كل هذه الأعداد .

فإن العدد ٧٢١ إذا قسم على كل واحد من هذه الأعداد بقى منها أبدا واحد ، ٧٢١ ينقسم على ٧ لأن لها سبعاً فالعدد المطلوب على الصفقه المتقدم ذكرها هو ٧٢١ .

وقد يوجد العد دالمطلوب بطريق آخروهو الطريق الذي به يتبين أن لهذه المسألة عدة أجوبة بل أجوبة لا نهائية . وهو أن يوجد أقل عدد له نصف وثلث وربع وخمس وسدس أعني أقل عدد بعدة الأعداد التي قبل السبعة وهو بالطبع ستون .

نقسم الستين على سبعة فيتبقى ٤

ونطلب عدد ا له سبع وإذا نقص منه واحد كان للباقي ربع .

وقد يوجد أعداد كثيرة على هذه الصفة الأخيرة وطريق وجود هذه الأعداد هو أن تؤخذ السبعة فينقص منها واحد فيبقى ستة فيضاف الى ستة سبعة سبعة الى أن ينتهي الى عدد له ربع فإن انتهى التزيد الى عدد له ربع أضيف الى ذلك العدد واحد فيكون للجميع سبع .

وتطبيق ذلك يضاف الى الستة سبعة فيكون ١٣ وهو ليس له ربع .

يضاف الى ١٣ سبعة أخرى فيكون ٢٠ وهو عدد له ربع .

يضاف الى ٢٠ واحدا فيكون ٢١ وله سبع .

يأخذ ربع ٢٠ وهو ٥

يضرب ٥ في ٦٠ فيكون ثلاثمائة

يضاف اليها ١ فيكون ٣٠١ وهو العدد المطلوب .

ذلك أن ٣٠٠ له نصف وثلث وربع وخمس وسدس ، ٣٠١ له سبع فينقسم على ٧ ولا يبقى شيئا فالعدد ثلاثمائة واحد هو العدد المطلوب »

ويسترسل ابن الهيثم في نصه مستخدما نفس الأسلوب لإيجاد عدداً آخر له نفس الصفة المطلوبة حتى يختم مسألته بالعبارة :

« تم جواب المسأله العددية والحمد لله رب العالمين والصلوات على رسوله محمد المصطفى وآله أجمعين » .

البـــاب الخـــامس

٥ / الهندسة

٥ / الهندسة

الهندسة هي علم المقادير والمساحات والمسافات واسمها العلمي GEOMITRIE يفيد انها علم المقاييس أما لفظها بالعربية فهو هندسة أو هندزه والهنداز هو الحد أو القياس والهندازه اسم الذراع التي تقاس به الثياب أو ما مثلها والمهندز هو المقدر ولقد عرف ابن خلدون علم الهندسة بأنه النظر في المقادير إما المتصلة كالخط والسطح والجسم وإما المنفصلة كالاعداد وفيما يعرض لها من العوارض الذاتية ، والهندسة هي فرع من علم الرياضيات كالموسيقى حيث يقوم كل منهما على التناغم العددي والصوتي والشكلي ففي كل شكل هندسي موسيقي صامته وفي كل موسيقى عدد متناغم وشكل يتحدث وبينما الموسيقى والرياضيات الحسابية متعلقان بالاشاء الدقيقة والرمزيات فان الهندسة تتعلق بالاشياء المجسمة .

٥ – ١ / تطور الهندسة عبر العصور

٥ -١ -١ / عصر الطفولة

ولا شك أن هناك إرتباطا وثيقا بين بداية الحياة ونشأة العلوم الرياضية عامة وفرع الهندسة خاصة وأن هذا الارتباط مستمر طالما تستمر الحياة فاذا تصورنا أنه بعد ظهور فكرة العدد والاعداد في عصر الطفولة الرياضية فانه بلا شك قد ظهرت فكرة النسبة والتناسب ويقصد بالتناسب هنا التناسب بين المقاييس المختلفة التي اعترضت الانسان الأول كنتاج طبيعي لتعاملة مع الطبيعة وأيضا للمواقف التي يتعرض لها في حياته اليومية ذلك أنه لا بد وقد لاحظ التناسب

بين الأطوال والتناسب بين المساحات والتناسب في الحجوم التي تشغل هذا الفراغ الجوي المحيط به ومما لا شك فيه أنه الانسان الأول أحس بالمستوى وبالفراغ كما أنه أحب الحياه واستماريتها مما دعاه لاستخدام المقاييس لينظم بها مساحةً يزرعها أو بناءً يؤى اليه للراحة ولا بد أنه فضل أن يكون بناءه هذا على سطح مستو بدل من أن يكون غير ذلك واذا لم يجد هذا السطح فماذا يفعل؟ عليه عندئذ أن يستخدم شيئا ليعد هذه الارض بحيث تصبح مستويه وهذا في حد ذاته عملا هندسيا دفعته اليه حاجته ، كما أنه ادرك التناسق في مقاييس هذا البناء و مقياس المدخل المناسب لحجم جسمه مما دفعة للكثير من الافكار الهندسية دون الوعي بفرع علم الهندسة نفسه كأحد فروع المعرفة الرياضية .

يقول جورج سارتون في كتابه تاريخ العلم «ان حب الجمال وهو فطري في معظم الناس هو على الارجح الذي مهد للهندسة فان محاولة تزيين الاشياء أو تزيين الانسان تحتاج بالطبع الى بعض المقاييس فضلا عن تركيبات نظميه متكرره من عناصر زخرفية يوحي بها الخيال» .

إن رآي سارتون هذا يؤكد على اليقين اللغوي الذي ينص على أن (يهندس الشيء اي أن يجعلة في صورة مرتبه نظمية زخرفية يميل اليها الناظر) .

وأيضا نستطيع أن نتصور وندرك أن الانسان الأول في بداية الحياة استطاع قياس بعض الأطوال لمسافات معينه بواسطة أفرع الاشجار وأن التطور في

عملية القياس هذه كان بعد استخدام الحبال في القياس مع بداية عصور المصريين القدماء حوالي ٤٥٠٠ سنه قبل الميلاد ولابد أنه قد استنتج استطاعته الحصول على نصف المسافات بطي الحبل مره واحدة الى جزأين متساويين ويحصل على ربع المسافة بطي الحبل مرتين بالتساوي وهكذا الى ماشاكل ذلك من فكر رياضي هندسي تلقائي بسيط .

ومما لا شك فيه أنه من السهل في هذه المرحلة الأولى من عمر البشرية أن تقاس المسافة بخيط وأن يقسم هذا الخيط بطيه مره أو مرتين أو اكثر لكن المشكلة كانت أصعب وأقصى على علماء هذا العصر عندما أرادوا تقدير المسافات النسبية بين الكواكب السماوية أو تقدير المسافة التي يقطعها كوكب ما متحركا نحو نجم ثابت .

على أنه بعد عصر الطفولة الرياضية وبعد البداية التي كانت عند المصريين القدماء في القياس بالاحبال وعقدها لتكوين وحدات القياس إحتاج الانسان للتفكير في اختيار وحدات للقياس ثابته يستخدمها ويحتفظ بها وكما استخدم الانسان أعضاءه كأصابع اليدين في بداية تمثيل الاعداد فقد استخدم أيضا أعضاءه في بداية القياس حيث ذهبت جميع الحضارات الرياضية الي استخدام الشبر والذراع والقدم والباع في قياس الأطوال والتي يؤكد العلماء أن بداية هذه المقاييس الحقيقة كانت عند البابلين حوالي ٢٤٠٠ قبل الميلاد رغم ورودها في كثير من البرديات المصرية القديمة وما زالت هذه المقاييس تستخدم حتى الآن واذا أردنا أن نتعرف على مزيد من التفاصيل في نشأة الهندسة وتطورها فانه

لا بد لنا من أن نمر على هذه النشأة والتطور عبر العصور الرياضية بتقسيمنا المقترح قبل ذلك .

وستكون بدايتنا بمشيئة الله بالحضارة الشرقية الأولى وأولى مدارسها هي المدرسة المصرية القديمة .

٥ - ١-٢ / عند المصريين القدماء .

إن النهضة العمرانية والاعمال التي تبعث على هذه النهضة لابد وأنها تحتاج بالدرجة الأولي الى قدر كبير من المعارف الرياضية بفرعيها الاساسيين الحساب والهندسة وانسحابا لهذا القول وانطلاقا من اعجاب الانسان على مدار العصور والاجيال بفن العماره المصري القديم فاننا نؤكد أن المصريين القدماء كانوا بحاجة ماسة لمفاهيم هندسة تساعدهم وتسهل لهم عمليات المعمار المتميز التي قاموا بها ومازلت حتى الآن ، تمثل اعجازا بشريا يبهر العالم بأكمله .

بداية فهذه أهرامات الجيزة الثلاث والقابعة في جنوب العاصمة المصرية تحكي عن العبقرية الهندسية لمن تولوا بناءها .

فالحاجة الى الهندسة واضحة في بناء هذه الآثار الخالدة حيث كان علي بناه الأهرام أن يقطعوا الكتل الحجرية بمقاسات مضبوطة قبل ان توضع في المواضع المحددة لها كما فرض عليهم استخدام دقة متناهية خاصة عند قطع الكتل الكبيرة نسبيا والتي جاء تركيبها بمثابة دعامات لتحويل الضغط عن

سقف المقبرة الملكية وقد بلغ متوسط وزن هذه الكتل ٥٤ طنا ويؤكد جورج سارتون على دقة تقطيع الكتل الى درجة لا يمكن تصديقها حيث يقول في كتابه تاريخ العلم « إن متوسط الخطأ في طول الجانب الذي يبلغ الواحد منها ٧٥٥ قدما هو ١ : ٤٠٠٠ وهو خطأ يمكن أن ينشأ من اختلاف درجة الحرارة بمقدار ١٥ درجة مئوية بين قضبان النحاس التي تستعمل في المقاس» .

ثم يضيف «لقد بلغت الدقة التي روعت صناعة ثلاثة توابيت من الجرانيت للملك سنوسرت الثاني أن متوسط الخطأ فيها لا يعدو ٠٠٤ , من البوصة بخط مستقيم في بعض الاجزاء ٠٠٧ , من البوصة في أجزاء أخرى» .

وبعيدا عن قطع الاحجار فان تركيبها يحتاج بالطبع الى مهارة هندسية ودراية واسعة ببعض الأمور الهندسية حتى أن جورج سارتون يصف دقة العاملين في ذلك بأنهم يكادوا يكونون صناع عدسات بصرية لابنائين .

على أننا اذا تركنا المهارة الهندسية المتمثلة في اعجاز المعمار عند المصريين القدماء لننتقل الى الهندسة كعلم وفن وفرع من فروع المعرفة الرياضية فانه علينا أن نستعرض معا بعض ما وصل علماءنا من توثيق حول المعلومات الهندسية عند المصريين القدماء .

تؤكد هذه الوثائق على أن باسطو الحبال أورابطو الحبال (وهم أولئك المهتمون بعمليات القياس ودقتها) قد استطاعوا خلال بناء الأهرامات أن يقسموا حبلا طوله ١٢ وحده بواسطة عقدين بحيث ينقسم الى ثلاثة أجزاء

أطوالها ٣ , ٤ , ٥ وحدات واستطاعوا عن طريق تكوين مثلث من هذا الحبل (مثلث قائم الزاوية) أن يرسموا الزاوية القائمة وهذا بلاشك دليل قاطع على أنهم عرفوا الطريق إلى استخدام نظرية فيثاغورزث دون دراية بها ولكن بحاله فردية دون التعميم .

أما بردية رانيد والمحفوظه بمتحف لندن تحوي مسائلها المرقمه من ٤١-٦٠ موضوعات هندسية متنوعة تعالج بعضها المساحات والحجوم حيث يؤكد التاريخ أن المصريين القدماء قد توصلوا الى أن مساحة المثلث القائم الزاوية = طول قاعدته × نصف ضلعة (القاعدة والضلع يحصران زاوية قائمة) وهو تتفق تماما مع مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع لكن بحالة خاصة للمثلث وهي المثلث القائم الزاوية .(أنظر النماذج الهندسية)

كما عرفوا حجم المكعب = مكعب طول ضلعه واستنتجوا أن مساحة الدائرة = $\left(\frac{٨ \times ٢}{٩} \text{نق}\right)^{٢} = \frac{٢٥٦}{٨١} \text{نق}^{٢}$

ومنها استطاعوا الحصول على حجم الاسطوانه والذي يقدر بمساحة القاعدة (الدائرة) × الإرتفاع وهناك مسائل موجودة في بردية **جولينشف** إحداها تبعث على الدهشة حيث توضح بما لا يقبل الشك أن المصريين القدماء عرفوا كيف يحددون حجم هرم مربع مقطوع الرأس ويتطابق مع الحل الحالي والذي يتمثل في المعادلة

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{٣} (\text{أ}^{٢} + \text{أب} + \text{ب}^{٢})$$

حيث ع ارتفاع الهرم ،أ ، ب طولا ضلعي قاعدتيه العليا والسفلى . هذا وقد ذكر بتري في كتابه (الأوزان والمقاييس القديمة) أن المصريين القدماء قد حددوا مقاييس كثيرة منها الذراع الملكي الفرعوني حوالي ٦ , ٢٠ بوصة أي ٥ , ٥٢٣ مليمترا وقد ظل هذا المقياس في مصر حتى فتحها عمر بن العاص فنقل القاضي أبو يوسف يعقوب المتوفي سنة ١٨٣ هـ إلى العرب الذراع الملكي الفرعوني كمقياس للطول وأسموه بالزراع اليوسفي نسبة لابو يوسف وقد وجد أيضا عند المصريين القدماء وحده للمساحة أطلقوا عليها ذراع أرض وهي عباره عن مساحة مستطيل طوله ١٠٠ قدم وعرضه ١ قدم وعندما نقل إلى العرب هذا المقياس أسموه القصبه كما كان لديهم وحدات للحجوم حيث كان المصريون القدامى يستعملون الخار في قياس الحجم وهو عبارة عن قدم ملكي مكعب أو حوالي ٥ , ٤٢ لترا وقد اسماه العرب بعد ذلك بالأردب البلدي .

أما في مجال هندسة الري فقد كان لدى المصريين مقياس لارتفاع النيل حتى يمكنهم الاستعداد لأخطار الفيضان حيث استخدموا في ذلك ذراعا مخصصه طولها حوالي ٥٤٠ مليمترا ومازالت تستخدم حتى الآن في قياس ارتفاع النيل وأيضا فقد نقلها العرب عنهم واستخدمت أيام الخليفة المأمون لقياس السواد .

أما هندسة الاراضي عند المصريين القدماء فيقول هيرودت :-

«ان هذا الملك قسم البلاد بين المصريين جميعا بأن أعطى كل واحد منهم قطعة أرض مربعة الشكل تساوي ما أعطاه للاخر وجعل ذلك مصدر دخله بأن حدد ضريبة تدفع كل عام وكان اذا طغى النهر وغمر جزءاً من أرض أحدهم ذهب الى سيزوستريس (الملك) وأخبره بما أصابه فيبعث الملك رجالا من باسطي الحبال ليروا الارض ويقيسوا المساحة التي نقصت كي تدفع الضريبة المحددة على حسب ما أصاب صاحب الارض من خساره» .

ويستطرد هيرودوت فيقول «ومن هذا بحسب رأيي تعلم الونانيون فن تقدير المساحة» ولك أن تتصور أيها القارىء العزيز مدى ما تحتاج هذه الرواية من فكر هندسي ورياضي متقدم اذا كان عليهم حساب نسبة الارض الى أغرقها النهر من الارض الكلية حتى يمكن خصم نسبة الضريبة عليها .

ومع كل هذا المجهود الرياضي في فرع الهندسة الا أننا نؤكد أن المصريين القدماء لم يتعاملوا مع الهندسة كأفكار ونظريات عامة فقد جاء تعاملهم نتيجة طبيعية لعوزتهم من هذا الفرع من المعرفة الرياضية أي أنهم قد تناولوا المشكلات الهندسية كحالات فردية تحقق اشباعا لحاجاتهم الحياتية ودون تعميم فلم يستطيعوا الوصول الى العموميات لانهم في الحقيقة لم يحاولوا ذلك أو يحاولوا من أجل إكتشاف العلم ذاته كما فعل الاغريق من بعدهم .

ولننتقل الآن لمناقشة تطور الهندسة عند معاصري المصريين القدماء من بابليين واشوريين وسوماريين .

٥ -١-٣/ عند البابليين :

أوضحنا فيما سبق أن توثيق البابلين لاكتشافاتهم الرياضية قد جاء بتسجيلها على الواح من الطين وما وصل الينا فيها لا يتعدى ٦٠ لوحا ناهيك عما تتعرض له هذه الالواح أثناء الحفر كما أن معظمها قد جاء من حفريات لا يمكن تقييم زمنها بطريقة مؤكدة وهذا ما سبب تفوق التوثيق المصري القديم على أوراق البردي فيما يعرف بالبرديات على أي الظروف فان البابلين منذ ٢٢٠٠ سنة قبل الميلاد كان لديهم معرفة بالاشكال الهندسية التي وردت في الواحهم مثل المثلث والشكل الرباعي لكنهم كما يؤكد علماء تاريخ الرياضيات تخصصوا في المساحات وعرفوا كيفية قياس مساحة المستطيل والمثلث المتساوي الساقين والمثلث القائم الزاوية وشبه المنحرف وعرفوا نظرية فيثاغورث كما أكد على ذلك أرشيبالد كما قسموا محيط الدائرة الى ٣٦٠ قسما وأوجدوا مساحة لها لكنهم قدروا النسبة التقريبية ط =٣ بينما كان تقدير المصريين القدماء أدق منهم اذ قدروها بحوالي ٣,١٤٧ .

أما في الحجوم فقد تأكد معرفتهم الى جانب حجم متوازي المستطيلات القائم وحجم الاسطوانه الى معرفة حجم المخروط وحجم الهرم الرباعي ولكن بصورة تختلف عن صورة المصريين القدماء حيث عرفوا حجم الهـــــرم $ح = \left[\left(\frac{أ+ب}{٢}\right)^{٢} + \frac{١}{٣}\left(\frac{أ-ب}{٢}\right)^{٢} \right]$ لكنه في النهاية مطابق

تماما للقانون المستنتج من المصريين القدماء .

كما ادرك البابليون أن الزاوية المرسومة في نصف دائرة هي زاوية قائمة وبالنسبة للمقاييس فقد استخدموا كما استخدم المصريون من قبلهم الشبر والقدم والذراع والباع في قياس الاطوال واستخدموا في قياس المساحات و حدة السهم وهي ١٠٠ ذراع مربع ومؤخرا في عام ١٩٣٤ بمدينة سوس استطاع العلماء من خلال حفرياتهم العثور على الواح تفصح أن البابليون الاوائل بحثوا الاشكال كثيرة الاضلاع من خمسة وستة وسبعة أضلاع كما بحثوا بعض المشاكل كالقطعة الدائرية والعلاقات بين بعض الاشكال الهندسية المرسومة داخل الدائرة وخارجها وسوف يكون لنا عرضا لأمثلة من بعض القضايا الهندسية عند البابلين على أننا يجب أن نؤكد في نهاية عرضنا لمجهودات البابلين في الهندسة كفرع من المعرفة الرياضية أنه لم يكن لديهم إتجاه القضايا الهندسة قواعدا عامة بل مسائل خاصة كحالات فردية يمكن أن يستدل منها على هذه القواعد وهذا يؤكد أن التعاريف والفروض والقواعد العامة الهندسية لم تبدأ الا من خلال مدارس الاغريق الخمس .

٥ - ١-٤ / عند الاغريق

العصر الذهبي للهندسة «عصر اكتشاف الهندسة كعلم وفن»

قبل أن نبدأ في عرض المجهودات الرياضية العظيمة للاغريق فيما يتعلق بفرع الهندسة لابد لنا من مناقشة قضية هامة وهي أن نشاط الحركات التجارية بين الحضارات المختلفة تدفع بالعلوم الى الرقي والنهضة كنتاج طبيعي للاحتكاك بين الحضارات ونقل المعارف والافكار الذي تسهلة الاتصالات التجارية . نسوق هذا الرأي في معرض حديثنا عن حضارة الاغريق وعلاقتها بالحضارة المصرية القديمة حيث نشطت بينهما الحركة التجارية في مطلع القرن السابع قبل الميلاد فكانت بداية طبيعية للصلة العلمية بين الحضارتين حيث نهل الاغريق نهلا من معارف الكهنة المصريين ونقلوا أفكارهم العلمية الى بلادهم فتنبه فكرهم وبدأ علمهم على أساس هذه الافكار لكنهم استطاعوا بذكاءهم ومنطقهم وفلسفتهم وحبهم للعلوم خاصة الهندسة أن يسدوا بحكمة ورويه ثغرات علمية في الاكتشافات المصرية القديمة اذ أخذوا في البحث عن أصول الموضوعات في فروع المعرفة المصرية عن طريق دراستها وتمحيصها ولا شك أنك أيها القارىء تدرك أن البداية على أساس علوم سابقة تختلف تماما عن البداية من الصفر . لكن لابد لنا أن نؤكد أن الاغريق لم يذهبوا في دراسة الهندسة الى ماذهب اليه المصريون القدماء حيث نبعت دراسة القدماء

المصريين للهندسة من حبهم للحياة وتشييدهم للمعابد والمقابر لكن الاغريق أحبوا الهندسة من كونها علم وفن وفرع من فروع المعرفة الرياضية ووجدوا سرورا وغبطة شديدة في تأمل العلاقات الرياضية من خلال علم الهندسة وقبل استر سالنا في استعراض الاعمال الهندسية للاغريق من خلال المدارس الخمس والاكتشافات الهندسية العظيمة التي أثرت المسيرة الرياضية من صنع علماء هذه المدارس فاننا نود أن نؤكد- كما يرى ذلك الكثير من علماء الرياضيات - أن الرياضيات عامة والهندسة خاصة علم مجرد له أسسه من بديهيات ومسلمات وتعاريف أونظريات قد بدأت فعلا في عصر الاغريق بمدارسة الخمس الرئيسية .

والآن ننتقل الى عرض المجهودات الهندسية للاغريق ولكي يكون عرضنا واضحا وافيا سنقترح تقسيمها خاصا بالهندسة يختلف عن تقسيم المدارس الخمس الذي سبق أن أوضحناه في عرضنا للمسيرة الرياضية في عصر الحضارة الغربية الأولى وهذا التقسيم يعتمد على تصورنا أن العالم العظيم إقليدس كان له أكبر الفضل في تنظيم الهندسة كعلم وفن بداية بوضع أسس الهندسة الاقليدية ونظام عرض النظرية الهندسية الى مؤلفه الشهير (الأصول) والذي يقع في ثلاثة عشر جزءا ويعرض هذه الاسس والنظم الى جانب الكثير من البديهيات والمسلمات والتعاريف والنظريات الهندسية .

إن تقسيمنا المقترح سيكون على النحو التالي

١ - الهندسة قبل اقليدس

(مدارس الاغريق الاربعة الايونية ، الفيثاغورثية ، السفسطائية ، الافلاطونية)

٢- الهندسة عند اقليدس

٣- الهندسة بعد اقليدس (مدرسة الاسكندرية)

الهندسة قبل إقيلدس :

خلال المدرسة الأيونية يعتبر طاليس وهو أحد الحكماء السبع أول من اتجه بالرياضيات إتجاها عقليا مجردا فقد بدأ حياتة تاجرا ثم رجل دوله واتجه بعد ذلك إلى العلوم الرياضية والفلك التي أحبها وولع بها حتى أصبح من علماءها المبرزين وتؤكد الروايات التاريخية أن طاليس قد زار مصر وأعجب بطرق المصريين القدماء في قياس الارض وأطلع على الكثير من العلوم الرياضية خاصة الهندسة عند الكهنة المصريين وينسب الى طاليس بعض الحقائق الهندسية مثل :-

- تساوي زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين .
- اذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتين .
- الزاوية الواقعة في نصف دائرة قائمة .

- يتطابق المثلثان بضلعين والزاوية المحصورة .

- أمكن لطاليس حساب ارتفاع أحد أهرامات المصريين القدماء باستخدام عصا ومقارنة طول الظل .

وقد تأكد تاريخيا أن طاليس قد وضع براهين لهذه الفرضيات مما دفع به الى أولوية العلماء في نقل الهندسة من قياس أطوال ومساحات الى التجريد ولاننسى أستاذية طاليس لفيثاغورث العظيم .

أما المدرسة الفيثاغورثية فيمكننا اعتبارها مدرسة الاكتشافات الهندسية العظيمة وزعيم هذه المدرسة هو فيثاغورث بن ميسارخوس ولد في ساموس في جنوب ايطاليا عام ٥٦٦ ق .م وتوفي ٤٩٧ ق .م تتلمذ على يد طاليس ثم على يد الكهنة المصريين خلال اثني عشر عاما قضاها في مصر درس خلالها الحساب والهندسة والموسيقي وأسس فيثاغورث جماعته المشهورة التي سميت بالمدرسة الفيثاغورثية والتي سبق لنا الكلام عنها خلال عرضنا للعصور الرياضية .

ويعود الى هذه المدرسة الفضل في رفع الهندسة خاصة والرياضيات عامة الى مرتبة العلوم ، فلهم الكثير من النظريات والتي تغطي الجزء الأول والثاني والرابع والسادس من كتاب الاصول لاقليدس . وقد تابع الفيثاغورثيون فكر طاليس في التوجه الى الناحية المجردة في الهندسة لا الناحية العملية فوضعوا بالتفكير الاستنتاجي براهين منطقية للحقائق الهندسية ، وأطلقوا اصطلاحا

جديدا على منطوق الحقيقة وبرهانها حيث أسموها بالنظرية .

ويأتي على رأس اكتشافاتهم الهندسية نظريتهم المعروفة باسم نظرية فيثاغورث والتي تنص على أن مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوي مساحة المربع المنشأ على الوتر ، وبالطبع إن تطبيق هذه النظرية ورد كثيرا عند من سبقوا الاغريق من مصريين قدماء وبابلين لكن فيثاغورث كان أول من أعطى البرهان النظري لها هذا وقد اهتم الفيثاغورثيون بالبحث عن اجابات الاسئلة الآتية :

- هل يمكن تقسيم مستقيمين الى اجزاء متساوية؟
- هل يمكن ملء شكل مستو معلوم بأشكال أخرى؟
- هل يمكن ملء مجسم معلوم بتكرارات من مجسم آخر؟

وخلال بحثهم اكتشفوا بعض المجسمات التي لم تكن معروفة من قبل . كما يعود للفيثاغورثين أيضا الفضل في اكتشاف خواص المستقيمات المتوازية و يرجع لهم اكتشاف النظرية التي تنص على أن مجموع زاويا المثلث يساوي قائمتين وأعطوا برهانا لها سوف نعرض له عند عرضنا للنماذج الهندسية عبر العصور .

يقول جورج سارتون في كتابة تاريخ العلم «لعل خبرة الفيثاغورثيين بتبليط الارض أو تخشيبها دلتهم على أن متساويات الاضلاع الوحيدة التي بها يمكن

تغطية مساحة ما دون أن تترك أي فراغ هي المثلث المتساوي الاضلاع والمربع والمسدس المنتظم وقاموا ببرهنة ذلك» .

ويستطرد جورج سارتون في كتابه قائلا « لم يكن من السهل اثبات الافكار والنظريات الهندسية المنسوبة للفيثاغورثيين رغم بساطتها دون استخدام الحروف للدلالة على الخطوط الداخلة في الاشكال . أما نحن فقد استعملنا الحروف في تقسيمنا بغير تفكير ،اذ من الصعب جدا أن نفعل غير ذلك . ولعل فيثاغورث قد برهن على النظرية التي تسمى باسمه برسم خطوط على الرمل والاشارة الى الخطوط والمساحات باصابعه ولا تصبح الحروف أو الرموز الاخرى لازمة الا حين يكتب البرهان » .

ولننتقل الان الى المدرسة الاخير قبل اقليدس وهي المدرسة السفسطائية . لقد حاول السفسطائيون بنزعتهم الاولى كفلاسفة ومنطقيين نَظْم الآراء الهندسية في نظام دقيق لكنهم أدركوا وجود مصاعب فكرية لم تخطر على ذهنهم خاصة تلك المصاعب التي اعترضت زينون في تعريف الخط المستقيم فقد كان الرياضيون اليونانيون يعدون الخط المستقيم مؤلفا من عدة نقاط فكيف يستطيع أن يوفق بين تلك الفكرة واتصال الخط المستقيم . وبعد زينون بحوالي ٣٠ سنة (٣٧٠ ق . م) ورد عن ديموكرتيس الابد يرى خمس رسائل في الرياضيات أولها عن تماس الدائرة والكره وأكملها هندسيا بالثانية والثالثة أما الرابعة والخامسة فكانا في دراسة الاعداد .

على ان الشغل الشاغل للسفسطائيين في هذه الفترة في مجال الهندسة انحصر في أمور ثلاثة رئيسية :

الاول : كان نتاجا لمعتقدات دينية بحته تتعلق بانتشار الطاعون والبحث عن السبب في ذلك حيث زعمت احدى الكاهنات أن السبب في انتشاره هو غضب احدى الآله لصغر معبدها وطالبتهم بمضاعفة حجم هذا المعبد الذي كان على هيئة مكعب تقريبا ففرضت عليهم المشكلة الرياضية الأولى وهي رسم مكعب ضعف مكعب آخر بتوضيح أكثر باستخدام رموزنا الحالية اذا كان $س^٣ = ٢أ^٣$ فما قيمة س وقد توصل أبقراط الى حل هذه المشكلة عن طريق التناسب والنسبة المركبة . أما المشكلة الثانية فقد كان عليهم بعد أن اكتشف الفيثاغورثيون من قبلهم تنصيف الزاوية تقسيمها إلى ثلاثة أقسام متساوية (تثليث الزاوية) ،والمشكلة الثالثة والاخيرة هي رسم مربع متساو في المساحة مع دائرة معينة وقد كان للمحاولات التي بذلت لحل المشكلتين الثانية والثالثة أن توصل العلماء لمنحنيات جديدة قد يكون بينها بعض القطوع المخروطية ففي حله للمشكلة الثانية توصل هيبياس الا يليسي (٤٦٠ ق .م) لأول مثال في التاريخ على منحن ذو مرتبة عليا سمى بمنحني التربيع يستخدم في تثليث الزاوية بالرسم البياني .

ولا نستطيع هنا أن نغفل فضل بريسون في القيام بكشف مهم وهو أن مساحة الدائرة حد نهائي للمساحات المتزايد للمضلعات المحوطة وأنها حد نهائي للمساحات المتناقصة للمضلعات المحيطة ،وأنه كلما زاد عدد الأضلاع

في سلسلتي المضلعات اقتربت مساحاتها من مساحة الدائرة أكثر واكثر وقد طبق ارشميدس العظيم من مدرسة الاسكندرية طريقة بريسون ووصل منها الى مساحة الدائرة وقيمه النسبة التقريبية ط .

وفي ختام استعراضنا لمجهودات السفسطائيين في الهندسة فاننا نؤكد على رأي سارتون في تاريخ العلم ،يقول سارتون « إذا استعرضنا آراءهم الرياضية (مع استثناء أبقراط) فانهم لم يكونوا رياضيين محترفين بل كانوا فلاسفة وسوفسطائيين أدركوا الأهمية الأساسية للرياضيات ، وحاولوا فهم علم الهندسة فهما حسنا بقدر الامكان ،وقد أتوا الى أثينا من جهات مختلفة من اليونان زينون من جنوب ايطاليا ، وأبقراط من ايونيا و ديموكريتوس من تراقيا ،وهيبياس من البيلوبونيز وبريسون من شاطئ البحر الاسود ، وأنتيفون من أثينا » .

ويستطرد سارتون « لم تكن العبقرية محصورة في أثينا ولكنها كانت من كل بلاد اليونان »

والآن أيها القارىء العزيز ختاما لعرض تطور الهندسة واكتشافاتها قبل عصر اقليدس فإننا نعرض لمجهودات المدرسة الأفلاطونية .

مما لا شك فيه أنه لا أحد من المهتمين بالرياضيات والعلوم الرياضية ينكر ما لإفلاطون وأكاديميته من فضل كبير على المسيرة الرياضية فقد أثروا المسيرة بسيل جارف من أمور هذا الفرع الكبير حقيقة لم يكن هذا الاثراء عن طريق

الاكتشافات لكن عن طريق التنظيم والترتيب ووضع البديهيات والمسلمات والفروض والنظريات المختلفة فقد كانت اضافاتهم الى المعرفة الرياضية تتسم بالفلسفة والمنطق حيث هذبت التعاريف وزاد ضبط الأصول منطقيا أما أهم ما قام به أفلاطون في الهندسة كما سبق وأن ذكرنا في عرضنا للعصور الرياضية فهو بلاشك موضوع التحليل الهندسي ، ويقول سارتون «ان لم يكن أفلاطون مخترعا له فانه مهذبه وشارحه شرحا تفصيلا وهو أول من أدرك الحاجة الى اكمال التحليل بالتركيب» .

وفي نهاية هذا الباب الرابع وعند عرضنا لنماذج الهندسة عبر العصور سوف نعرض كما سبق وأن وعدنا لمثال عن التحليل والتركيب الهندسي .

ولقد تصور افلاطون والافلاطونيون من بعده نوعا من الرباعية الرياضية فكانت رباعيته الحساب والهندسة وعلم قياس الحجوم والفلك ويذهب سارتون الى أن تفرقة علم قياس السطوح عن علم قياس الحجوم عند افلاطون أو قل التفرقة بين الهندسة المستوية والفراغية كما ننظر لها اليوم دلالة على عدم نضج الرياضيات خاصة الهندسة في ذلك الوقت .

وعموما فان خير ما يقال عن افلاطون أنه هو الذي جعل الرياضيات على أعلى مستويات العلوم والثقافة وسرى تحمسه الى تلاميذه من بعده فقد بث فيمن حوله حبا لتحصيل الرياضيات ،فخلق بذلك جيلا جديدا من الرياضيين ، وقد ظلت الاكاديمية من بعد افلاطون وعلى يد من خلفوه مهدا

للرياضيين فهذا تيتانوس العظيم تلميذ سقراط ومعاصر افلاطون وواضع أساس المعلومات الواردة في الكتاب العاشر من مؤلفات اقليدس في نظرية المجسمات المنتظمة قد اكتشف ذا الثماني أوجه وذا العشرين وجه وهو أول من كتب في المجسمات المنتظمة الخمسة .

أما العالم يودكصص الكيندي (٤٠٨ ق .م) فباختراعه لطريقة الاستنفاد للكميات اللانهائية الصغر وضع نفسه كأقدم عالم من رواد حساب التكامل وان كان تكامل المساحات البسيطة معروف من قبله ، يقول سارتون « في منتصف القرن الرابع قبل الميلاد وصلت الهندسة بفضل مجهودات تيتانوس ويودكصص الى مستوى أعلى يقرب من مستواها عند اقليدس وبذلك انتهت مرحلة الكشف الهلامي وصار الرياضيون المدربون جيدا في المنطق لا يقنعون بالنتائج الناقصة بل يتطلبون الدقة » .

الهندسة عند اقليدس :

اقليدس هو احد العمالقة الثلاثة في مدرسة الاسكندرية ، أما العملاقان الآخران فهما أبولونيوس وارشميدس ويعد اقليدس من أوائل علماء هذه المدرسة لكنه لم يتجمع لعلماء التاريخ معلومات أكيدة عن حياته الشخصية وكثيرا ما تمتزج حياته بحياة الفيلسوف اقليدس دي ميجار الذي تكلم عنه افلاطون ولقد كان اقليدس أستاذاً للرياضيات في جامعة الاسكندرية وفيها أصدر كتابه المعروف باسم «الاصول» .

والاصول هو اعظم الكتب الهندسية التي طرحت خلال الفي عاما وقد تناول كلا من ابولونيوس وبابوس كتاب الاصول لأقليدس في مؤلفاتهم بعد وفاته وقد ظل كتاب الاصول مستخدما ككتاب مدرسي في أوربا وآسيا وأفريقيا وامريكيا طوال الفي عام كاملة واقدم النسخ المتداولة له هي النسخ العربية (المترجمة) منها ما ترجمه نصير الدين الطوسي ، ومنها ما قام ثابت بن قرة بترجمته وهو ما أخذته أوروبا عن العرب بعد فتح الاندلس حيث قام اثلهارد الباشي بترجمة هذا الكتاب عن النسخة العربية التي وجدها في قرطبة أما النسخة الانجليزية والتي ترجمها هيث ١٩٢١ فقد ترجمها عن الاغريقية وأكد بعد مقارنتها بالترجمة العربية أمانة العرب في نقل التراث واشاد باضافاتهم من شروح وافية وقوية . ولاقليدس كتب اخرى غير كتاب الاصول منهاكتاب حول قسمة الأشكال وكتابان عن الأمكنة والمساحات واربعة كتب عن المخروطات والتي ربطت بين اقليدس وأبولونيوس .

وبالتأكيد فاننا هنا لن نغفل أن نمر يعرض رياضي لمحتويات كتاب الاصول لاقليدس وفي هذا المجال نقول :

(الكتاب يقع في ثلاثة عشر جزءا .كل جزء يمثل كتاب . فالجزء الاول من الكتاب يحوي ثلاثة وعشرين تعريفا وخمس بديهيات وخمس مسلمات وثماني وأربعين نظرية مسلسلة بشكل منطقي مع براهينها . أما الجزء الثاني فيبحث في علاقة الجبر بالهندسة . والثالث حول هندسة الدائرة والرابع حول المضلعات المنتظمة أي أن الاربعة الأجزاء الأولى كلها عن الهندسة المستوية .

أما الجزء الخامس فيتناول النسبة والتناسب والسادس يعود الى الهندسة ويتناول موضوع التشابه في المثلثات ، أما الأجزاء الثلاثة السابع والثامن والتاسع فتتناول الحساب ونظرية الأعداد والمضاعف المشترك والمتواليات الهندسية والجزء العاشر قد اهتم بمعالجة الخطوط اللاتسبية وموضوعات الاعداد اللاعقلية وفي الجزء الحادي عشر تبدأ الهندسة الفراغية . وفي الجزء الثاني عشر تناول اقليدس موضوعات الدائرة وحجم الهرم والمخروط والاسطوانة والكرة ، وفي الجزء الثالث عشر والاخير عرض اقليدس متعددات الوجوه المنتظمة) .

على أن العالم الرياضي هيبوسيكلس الاسكندري في بداية القرن الثاني قبل الميلاد ، قد أضاف الى اجزاء اقليدس جزأين هما الرابع عشر والخامس عشر تناول فيهما المجسمات بصورة أوسع ، وبالطبع فان كتاب الاصول لاقليدس لم يكن بكامله من فكره واكتشافه ، لكنه احتوى أيضا على اعمال كثيرة واكتشافات من سبقوه في علم الهندسة من مصريين قدماء وبابليين وايضا من ذويه من الاغريق فيثاغورثين أو سفسطائيين . لكن أهم ما يوصف به الكتاب في الفكر الرياضي بأنه جمع شتات العلوم ونظمها وصاغها باسلوب منطقي واضاف اضافات بالغة التأثير فكان بحق البناء الاول للصرح الهندسي المتين ، كما أن اقليدس قد بنى كتاب الاصول على التعاريف والفرضيات لأنه كان يدرك أن الإثبات المنطقي لابد له من فروض تؤخذ بغير مناقشة ، كما راعي اقليدس رأي أرسطو القائل بضرورة أن تكون المسلمات أقل ما يمكن عددا وأن

تكون خالية من التناقض ، مستقلة عن بعضهاعن بعض لذلك فان وضع اقليدس للمسلمات قد جاء متفقا مع رأي أرسطو بصورة كبيرة .

الهندسة بعد اقليدس :

(مدرسة الإسكندرية)

لقد كان لجامعة الاسكندرية وعلمائها بعد اقليدس الفضل الكبير في الاسهام في تطوير الرياضيات عامة والهندسة خاصة حيث ظهر في جامعة الاسكندرية علماء هم في الحقيقة من عمالقة الرياضيات خلال مسيرتها عبر العصور جميعها واسماء زادت شهرتها فتعدت معارف الرياضيين وكتاب التاريخ الى اقل المثقفين فما من مثقف الا وسمع عن ارشميدس وابولونيوس وديوفانتس وشيفا ومنيلوس وبابوس وبطليموس وهيرون وغيرهم .

فارشميدس (٢٥٧ ق .م) الرياضي والفلكي الشهير ابن رياضي وفلكي شهير ايضا ومن سلالة عائلة من العلماء الرياضيين وهو مكتشف قوانين الروافع والسوائل والبكرات ويعتبره البعض واضع اساس علم الفيزياء وأهم اعماله الهندسية هي تعيين مساحة سطح وحجم الكرة بطريقة عملية وحجم الجسم الدوراني الناشئ من دوران قطع ناقص حول احد قطريه وحجم الجسم الناشىء من دوران قطعة من القطع المكافىء حول محور التناظر ونسبة حجم الكرة الى حجم الإسطوانة المماسة لها والحجم المشترك لإسطوانتين

متعامدتين ونصف قطريهما متساويان الى غير ذلك من موضوعات رياضية رفيعة المستوى لها تأثير واضح على المسيرة الهندسية .

أما أبولونيوس فهو ثالث العمالقة في جامعة الاسكندرية (٣٠٠ - ٢٠٠ ق .م) وأهم انتاجه المخروطيات ، فقد قام بتنظيم وتعميم المعارف التي توصل إليها العلماء السابقين خاصة اقليدس في القطوع المخروطية ، وكانت له اضافة مميزة في ذلك حيث حدد القطوع المخروطية بمعادلات تتحدد بالنسبة بين قطر المنحنى والمماس على طرف القطر ودرس خصائص القطوع ولعل المتخصص بالهندسة التحليلية أو التفاضل يعلم جيدا ما تحتويه خواص القطوع المخروطية من اعمال رياضية عالية ترتفع في فهمها ودراستها الى مستوى الدراسات العليا ، على أن بعض علماء تاريخ الرياضيات يرى أن جزءا كبيرا من اعمال أبولونيوس الرياضية قد نسب للعالم بابوس الذي استطاع في كتابه(المجموعة الرياضية) أن يجمع انتاج علماء الهندسة في عصره مزودا ببعض النظريات والتحسينات التي أدخلها عليه .

وفي ختام حديثنا عن الهندسة في العصر الذهبي لها عند الاغريق سواء كان قبل أو عند أو بعد اقليدس لابد لنا من توضيح أمر هام يتعلق بتميزهم عن من سبقوهم من علماء الرياضيات المصريين والبابليين ولنسرد لبعض عناصر هذا التميز :

١- الاسلوب المنطقي والتجديدوالتعميم الذي اتخذه الاغريق لنظرياتهم

وانتاجهم الرياضي حيث تناول من سبقوهم المشكلات الهندسية بصورة فردية دون التعميم .

٢- الاهتمام بالبديهيات والمسلمات والفروض ويرجع الفضل في ذلك لاقليدس .

٣- عناية الأغريق بفرع الهندسة أكثر من أي فرع آخر .

٤ - اعتمدت الهندسة على الاشكال الهندسية وعلى تجميع هذه الاشكال بواسطة وسائل اقليدس .

٥- ظهور الجبر عندهم في إطار من الاسلوب الهندسي وبدء ظهور الهندسة الجبرية وحل المعادلات بطرق هندسية .

٦- وضع الإغريق (اقليدس) الاسلوب الأمثل لكتابة النظرية الهندسية والذي لا يزال مستخدما حتى الآن حيث قسموها الى :

- المنطوق
- المعطيات
- التخصيص (المطلوب اثباته)
- العمل
- البرهان
- النتيجة

ومع نهاية مدرسة الاسكندرية وفي حوالي القرن الثاني الميلادي وقبل الدولة الاسلامية العظيمة مباشرة ظهر الرياضي العظيم بطليموس واشتهر بكتابة الماجسطي وظهرت النسب المثلثية للزاوية وظهر حساب المثلثات كفرع يتكامل مع الهندسة في العلوم الرياضية .

واختتم بابوس هذه الفترة في القرن الثالث الميلادي وأهم انتاجه تعميم نظرية فيثاغورث وبرهانا لثبوتية الاتصالية النسبية في حالة الاسقاط والانتقال ثم نظريته المشهورة وهي أن حجم الجسم الدوراني يساوي مساحة القطع المولد للحجم مضروبا في محيط الدائرة الناتجة عن دوران مركز نقل تلك المساحة ، وأيضا كيفية رسم قطع مخروطي يمر بنقاط خمس معلومة وتعيين البؤرة والمستقيم الموجه للقطوع الثلاثة المخروطية (المكافيء والناقص والزائد) .

٥-١-٥ / عند الهنود

ان الكوارث الحربية والسياسية والثورات وتفشي الامراض كانت سببا رئيسيا في ضعف العلم ووهن الثقافة عند الاغريق ، وبدأ الشرق مرة اخرى في التألق بفضل انتشار الدين الاسلامي العظيم وايضا من خلال اهتمام الهنود بالرياضيات عامة ، فبالرغم من جهد الهنود الملموس في الترميز العددي وفي اساليب العمليات الحسابية وطرقهم الفريدة في تناول المشاكل الجبرية وحل المعادلات فان لهم ايضا اضافات هندسية لا يمكن تجاهلها ، فقد تأكدمعرفة الهنود بالأشكال الهندسية كالمربع والمستطيل والعلاقة بين أقطارها

واضلاعها ، كما توصلوا لايجاد مساحة مربع يساوي مجموع أو الفرق بين مساحتي مربعين معلومين ومساحة مربع يساوي مساحة دائرة معلومة ، أما العالم الهندي براهاما جوبتا فله كتاب شهير يسمى (السندهند) ويطلق عليه الهنود (الدهر الداهر) أي الخلود وهو من اربعة عشر بابا تبحث في المشاكل الهندسية والفلكية حيث توصل الى نظرية هندسية هامة للحصول على طول قطري الشكل الرباعي الدائرية ، وقد ظهر في هذا الكتاب أول استخدام لتعبير الجيب (SINUS) وقد تمكن هذا العالم من حل المثلث المستوي والكروي على اننا لابد أن ننوه أن اتجاهم في دراسة الرياضيات كان يميل الى الحساب اكثر من ميلهم للهندسة .

٥ - ١-٦ / عند المسلمين

والآن ننتقل بك أيها القارىء الى الحضارة الاسلامية العظيمة حيث اهتم علماء المسلمين اهتماما كبيرا بالهندسة كانت بدايته بترجمة كتاب الاصول لاقليدس بأجزائه الثلاثة عشر وقد تم نقل هذا الكتاب لأول مرة في عصر الخليفة العباسي أبي جعفر المنصور (٧٥٤ - ٧٧٥ م) ثم ترجمة اخرى لحنين بن اسحق (٨٠٩ - ٨٧٣م) وقد ترجم حنين وحده ما يقارب من مائة رسالة من جالينوس وأرشميدس واقليدس وبطليموس الى اللغة العربية وفي ذلك يقول الدكتور جوزيف هوفمان في المجلد الاول من كتابه (تاريخ الرياضيات حتى القرن التاسع عشر) «ان حنين بن اسحق درس وعلق على جميع مؤلفات اقليدس وارشميدس كما شرح للمجسطي شرحا كافية » .

كذلك فان ثابت بن قرة (٨٣٥ – ٩٠٠) المعاصر للخوارزمي ترجم كتاب الاصول لاقليدس ايضا لكنه وضع مؤلفا يبحث فيه العلاقة بين الجبر والهندسة فكانت البداية الطبيعية للهندسة التحليلية من عنده .

أما ابن سينا (٩٨٠ – ١٠٣٦) والذي لا يعرف الكثيرون أنه اهتم بالرياضيات والفلك حيث إن شهرته في الفلسفة والطب تفوق بكثير شهرته في العلوم الاخرى فقد علق على كتب اقليدس في الهندسة يقول جورج سارتون في كتابه تاريخ العلم .

«ان ابن سينا ظاهرة فكرية عظيمة ربما لا نجد من يساويه في الذكاء والنشاط والانتاج العلمي ، ان ابن سينا هو اعظم علماء الاسلام ومن اشهر العلماء العالميين» .

والعالم المسلم المجسطي ترجم لبطليموس وعلق على اعماله واضاف انتقادات قيمة لاعمال بطليموس الهندسية .

ولم يقتصر دور العرب على الترجمة فقط بل كان لهم اضافات واعمال ساعدت ومهدت لكثير من العلماء من بعدهم على التقدم في الافكار والاكتشافات الهندسية ومنها كتاب ابن الهيثم الذي جمع فيه الاصول الهندسية والعددية من كتاب اقليدس وابولونيوس وبرهن عليها براهين منطقية ، وايضا فان العالم العربي المسلم ابو الريحان محمد بن احمد الفلكي البيروني (٩٧٣ – ١٠٤٨م) قد وضع برهانا جديدا لمساحة المثلث بدلالة اضلاعه ومن أمثلة

الاضافات ايضا والتي كان الفضل فيها للعلماء المسلمين فرضية التوازي التي لم يستطع إقليدس رغم باعه الطويل في علم الهندسة أن يبرهنها أو يعرضها كنظرية وعالجها وكتبها ابن الهيثم وأكملها من بعده نصير الدين الطوسي (١٢٠١ - ١٢٧٣م) ، وللطوسي كثيرمن الكتب منها في فرع الهندسة كتاب شكل القطاع ، وكتاب في المثلثات المستوية والكروية كما أن محاولة الطوسي في فرضية التوازي كانت حافزا كبيرا أو مفتاحا للرياضيين الاوربيين لبداية الهندسة اللاإقليدية .

أما العالم المسلم عمر الخيام فقدكان له السبق في ابتداع الشكل الرباعي الذي فيه كل من زاويتي القاعدة قائمة والساقان متساويان وقد استفاد العالم الإيطالي ساكيري من الشكل الرباعي الذي اكتشفه الخيام . ولكثرةما استعمله ساكيري سمي فيما بعد برباعي ساكيري وكان أحق أن يسمي برباعي الخيام وذلك أن ساكيري نفسه قد أكد علي ذلك وأضاف بانه إعتمد في أبحاثه علي مؤلفات الطوسي والذي اعتمد بدوره فيها علي اكتشافات الخيام ونظرياته .

وقد قسم علماء المسلمين الهندسة الى قسمين أساسيين :

١ - هندسة عقلية وهي ما تعرف اليوم باسم الهندسة النظرية .

٢ - هندسة تطبيقية أو حسيةومازالت تعرف الي اليوم بهذا الاسم .

والفرع الاول هو ما اهتم به الاغريق اهتماما كبيرا جدا ولم يستطع علماء المسلمين الزيادة فيه الا قليلا ، لكنهم بالتأكيد قد نقلوه بأمانة تامة الى اوربا

حيث ترجمت جميع الكتب العربية التي وصلت الى الاوربيين عن طريق الاندلس بعد فتحها الى اللاتينية ، وكانت هي البداية لعصر إحياء العلوم بعد خروج أوربا من الظلمات التي كانت تعيشها .

على اننا نؤكد أن الترجمة الأمينة للمسلمين والاضافات المؤثرة التي اضافوها هي التي حفظت هندسة الاغريق والقدماء المصريين من قبلهم من الزوال ، ولولاهم لكانت الهندسة في مهدها الآن شأنها في ذلك شأن جميع فروع المعرفة الرياضية .

٥-١-٧ / عند الاوروبيين

(عصر إحياء العلوم - العصر الحديث)

سبق أن أوضحنا خلال دراستنا للعصور الرياضية أن أوربا والغرب ظلا بدون أي تقدم يذكر في الرياضيات حتى بداية القرن الثاني عشر لذلك فقد سميت هذه الفترة بعصر الظلمات العلمية ثم بدأت الرياضيات عامة متضمنة فروعها المختلفة ومنها فرع الهندسة والذي نهتم بتطوره الآن في الازدهار النسبي حيث نشطت حركة الترجمة (إحياء العلوم) فترجمت الكثير من الكتب الهندسية عن المسلمين وعن الإغريق الى اللاتينية حيث ترجمت أعمال إقليدس وأقرانه من علماء لإغريق في الهندسة كما ترجمت ترجمات وإضافات ثابت بن قرة ونصير الدين الطوسي والحسن بن الهيثم والخيام وغيرهم من علماء المسلمين المهتمين بالهندسة .

وبعد مرحلة الترجمة هذه بدأت مرحلة جديدة في إعداد الكتب الهندسية فقد ظهر في القرن الرابع عشر كتاب (الهندسة العلمية) لفيوبانشي وهو كتاب رياضي متقدم يحتوي على الكثيرمن المعلومات الهندسية بالإضافة الى معلومات حساب المثلثات .

وفي القرن الخامس عشر بدأ عصر النهضة العلمية وبدأت معه نهضة في مجال الرياضيات كان مركزها إيطاليا وكان ظهور **جوهان مولر Gohanu Muler** (١٤٣٦ - ١٤٧٦) الذي ترجم عن أبو لونيوس وهيرون وارشميدس

والف كتابا من خمسة أجزاء :أربعة منها في الهندسة المستوية فيما اختص الجزء الخامس بحساب المثلثات الكري .

أما في القرن السابع عشر حتى أوائل القرن العشرين فقد فتح ديكارت ومن بعده **بسكال** مجالات واسعة في الهندسة البحتة والهندسة التحليلة .

وكان القرن الثامن عشر حيث بدأت الرياضيات في الاكتمال بالارتكاز علي أسس منطقية فمهدت بذلك لتطوير هندسي يمكن أن نصفه بالخطوره والفكر المتطور العالي حيث بدأ ظهور الهندسه اللا إقليدية (وبالطبع فإن الكلام عن أوربا لا ينسينا أن بداية الهندسه اللاإقليديه كانت عند نصر الدين الطوسي العالم الرياضي المسلم) وإيضا في منتصف هذا القرن تقريبا حاول العالم الإيطالي **منخاري** (١٦٦٧ - ١٧٣٢) برهن مسلمة التوازي والذي سبقه لهذا البرهان أيضا نصر الدين الطوسي .

ومن أعلام فرع الهندسة في هذا القرن ايضا العالم الالماني لامبر (١٧٢٨ - ١٧٧٧) .

خلال القرن التاسع عشر والقرن العشرين :

تم تطوير الهندسة اللاإقليدية لتأخذ مكانا مرموقا بين موضوعات المعرفة الرياضية بعد جهود الطوسى ولا مبرت وسخاري ظهر العالم الألماني **س .ف . جاوس** (١٧٧٧- ١٨٥٥) والعالم الروسي لوباشوفسكي (١٧٩٣ - ١٨٩٦) والعالم المجري **بوليا** (١٨٠٢ - ١٨٦٠) والعالم الألماني العظيم

ريمان (١٨٢٦ - ١٨٦٦) وكان ظهورهم إيذانا بظهور الكثير من الفروع الهندسية غير إقليدية (اللاإقليدية) التي يخص كل منها مسلمات وبديهيات وتعاريف وفروض تختلف عن الأخرى .

على أننا نؤكد أن عرضنا لتطور الهندسة خلال القرون الثمانية الأخيرة قد جاء موجزاً بالقدر الذي سمح به كتابنا هذا . .لكن الموضوع هو من الأهمية القصوى بحيث لا نستطيع من خلال هذه الصفحات تغطيته فظهور هندسات غير إقليدية الى جانب هندسة إقليدس التي ظلت وما تزال موضع دراسة واهتمام واشتغال كل المهتمين بالرياضيات لهو أمر يدعو الي الدراسة المتأنيه وقراءة العديد من الكتب في هذا المجال .

٥-٢ / نماذج من ممارسة الهندسة عبر العصور :

٥- ٢ - ١/ عند المصريين القدماء

مثال (١) :

إستنتج المصريون القدماء مساحة المثلث على أنها

$$= \frac{١}{٢} \text{ تبر} \times \text{مريت}$$

والمقصود بالتبر هو طول القاعده والمريت هو الارتفاع غالبا

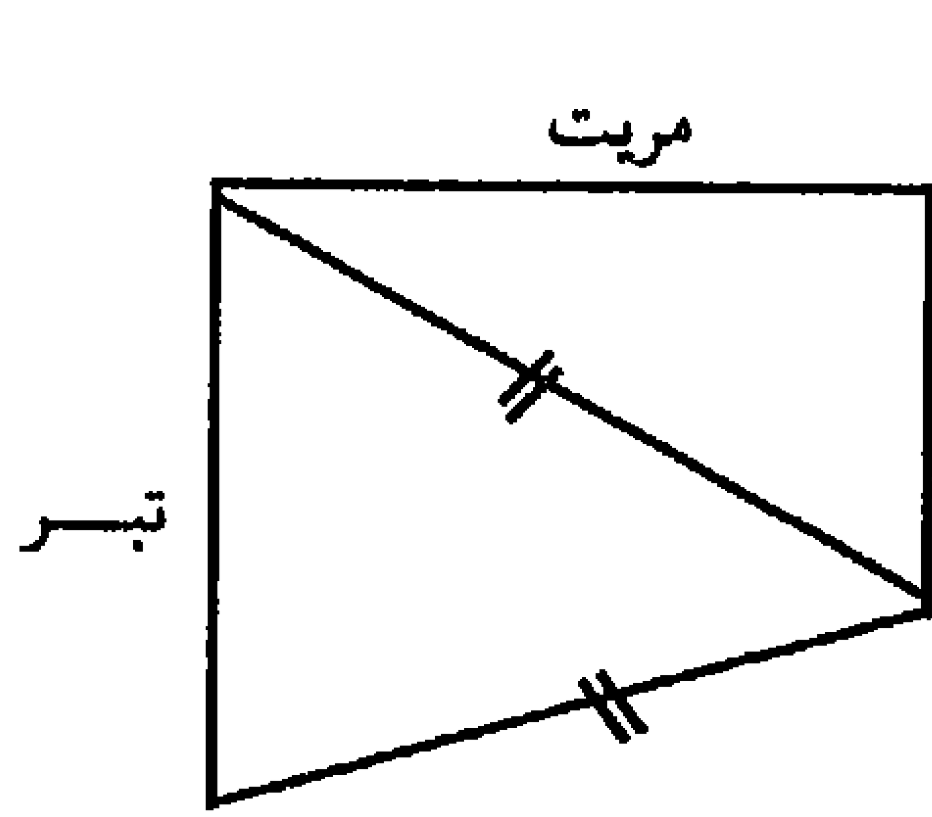
فتكون مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع

وبالنظر للرسم الموضح نجد أن المصريين القدماء إستخدموا هذه القاعدة لمساحة المثلث المتساوي الساقين

مثال (٢) :

إستطاع المصريون القدماء حساب قيمه ط

حيث حسبوا مساحة الدائرة = ($\frac{١٦}{٩}$ نق)^{٢}



أي أن المساحة = $\frac{٢٥٦}{٨١}$ نق

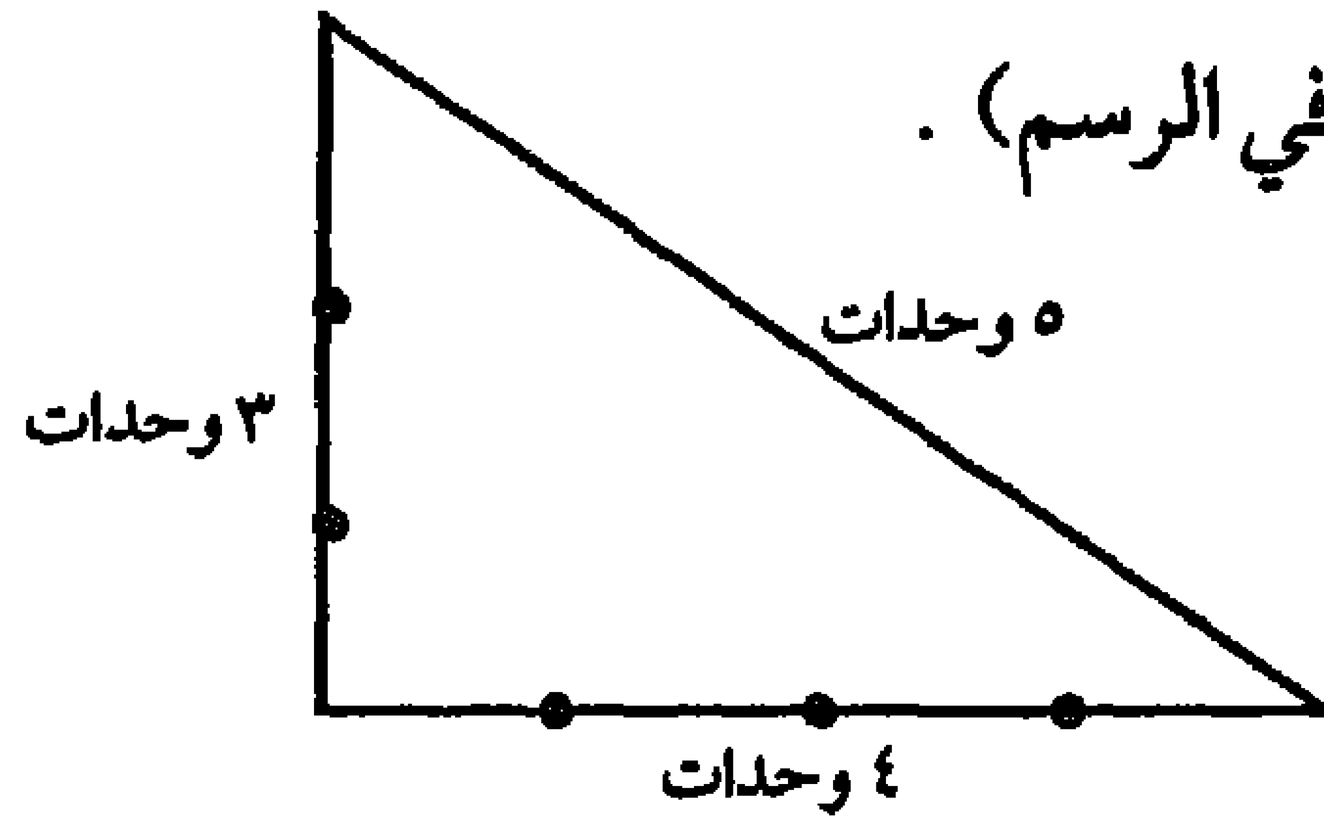
وبمساواتها بقانون مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

فإن ط عند المصريين القدماء = $\frac{٢٥٦}{٨١}$ = ٣,١٦

وهي قيمة بلاشك ممتازه جدا لحساب ط في هذا العصر المتقدم جدا .

مثال (٣)

(من قرطاس كاهون - إكتشف سنة ١٨٨٩ في كاهون جنوب هرم اللاهون) لقد إحتاج المصريون القدماء إلى طريقة هندسية لإقامة عمود على مستقيم من نقطه ما فاستخدموا في ذلك حبلا طوله ١٢ عقده وقسم الى ٣ أجزاء أطوالها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ عقده وذلك بعقد (ربط) الحبل عند كل نقطه من نقط التقسيم وإعتبروا كل نقطه من نقط التقسيم الثلاثة أحد رؤوس مثلث ننتج لهم مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمه ٣ ، ٤ عقده ، وطول وتره ٥ عقده (كما في الرسم) .



وهذه دلاله واضحه أن المصريين القدماء قد طبقوا نظرية فيثاغورث وعرفوا الاعداد الثلاثة الفيثاغورثية لكنهم بالطبع لم يضعوا لها برهانا كما فعل فيثاغورث من بعدهم .

كان المصريون القدماء يطلقون على من يقوموا بهذا العمل أو بالقياس بواسطة الحبال (رابطوا الحبال أو باسطوا الحبال) .

مثال (٤) :

[ورد في قرطاس أخميم (مكتشف في أخميم)]

إستطاع المصريون القدماء حساب مساحة نصف الكرة كما يلي

مساحة نصف الكرة = نق [٢نق − $\frac{١}{٩}$ × ٢نق − $\frac{١}{٩}$ (٢ نق − $\frac{١}{٩}$ × ٢نق)]

= $\frac{٨}{٩}$ × $\frac{٨}{٩}$ × ٨نق^{٢} = ٢ × $\frac{٢٥٦}{٨١}$ نق^{٢}

= ٢ ط نق^{٢}

مثال (٥)

قياس زاوية ميل وجه الهرم باستخدام ظل تمام الزاوية

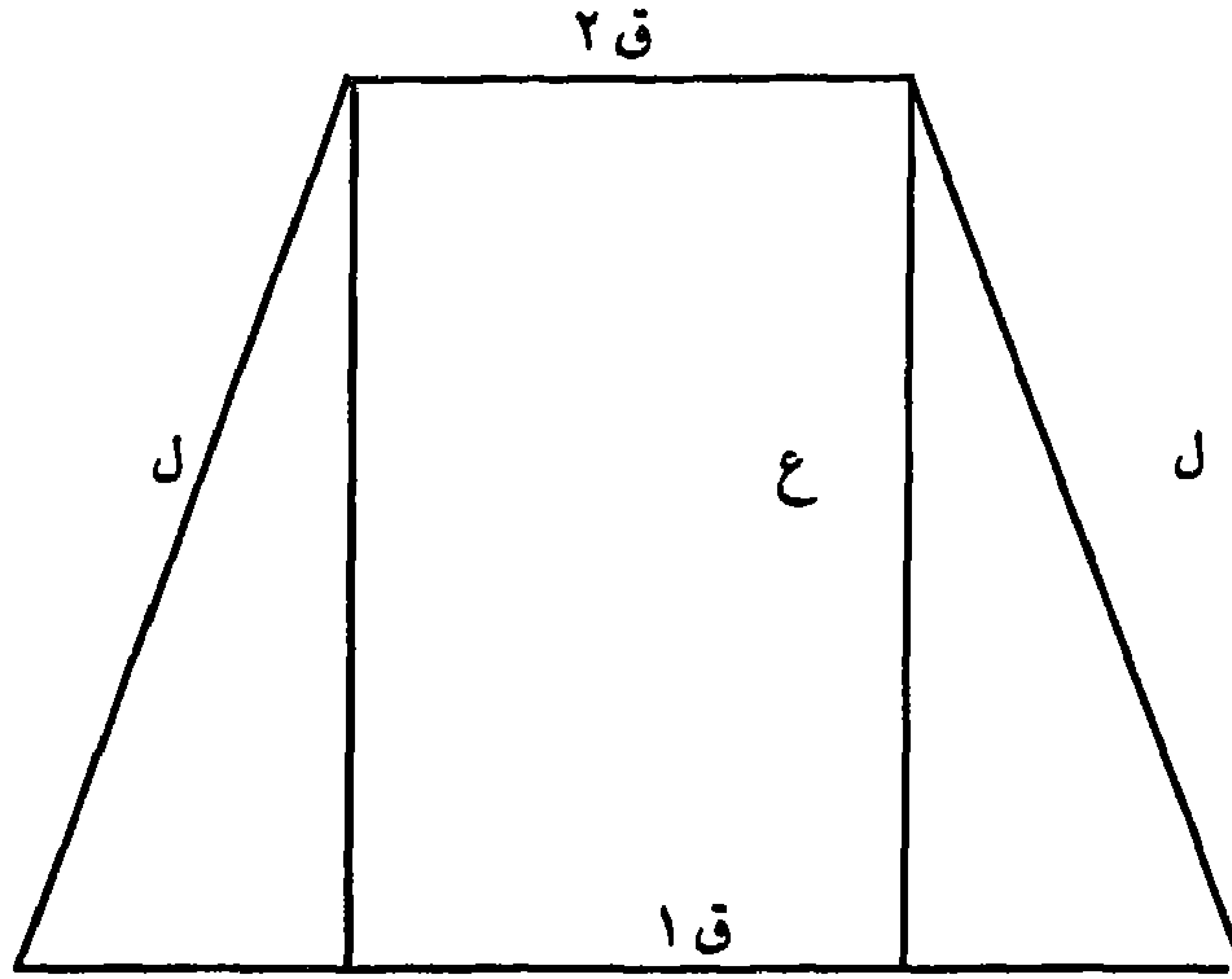
(المسألة رقم ٥٦ في نفس البرديه) .

وفي هذه المسألة ذكر أن طول ضلع قاعدة هرم منتظم قاعدته على شكل مربع = ٣٦٠ عقده وارتفاعه ٢٥٠ عقده وحسبت ظل تمام الزاوية فوجدت $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ (لاحظ طريقتهم في كتابه الكسر)

أي أن ظل التمام للزاوية كان $\frac{١٨}{٢٥}$

٥ - ٧ - ٢ / عند البابلين

مثال (١) مساحة شبه المنحرف



نص المثال على إيجاد مساحة حقل على هيئة شبه منحرف متساوي الساقين . وقد اعتمد في الحل على حساب الارتفاع من المعطيات

فإذا كان الارتفاع = ع

، ل = ٣٠ ، $ق_١$ = ٥٠ ، $ق_٢$ = ١٤

$$فإن\ ع = \sqrt{ل^٢ - \left(\frac{ق_١ - ق_٢}{٢}\right)^٢}$$

$$= \sqrt{(٣٠)^٢ - \left(\frac{٣٦}{٢}\right)^٢}$$

= ٢٤

ثم يعتمد القانون $م = \frac{ق_١ + ق_٢}{٢} \times ع$

لإيجاد مساحة شبه المنحرف وذلك بالتعويض على النحو التالي

$$م = \frac{٥٠ + ١٤}{٢} \times ٢٤$$

$$= ٧٦٨$$

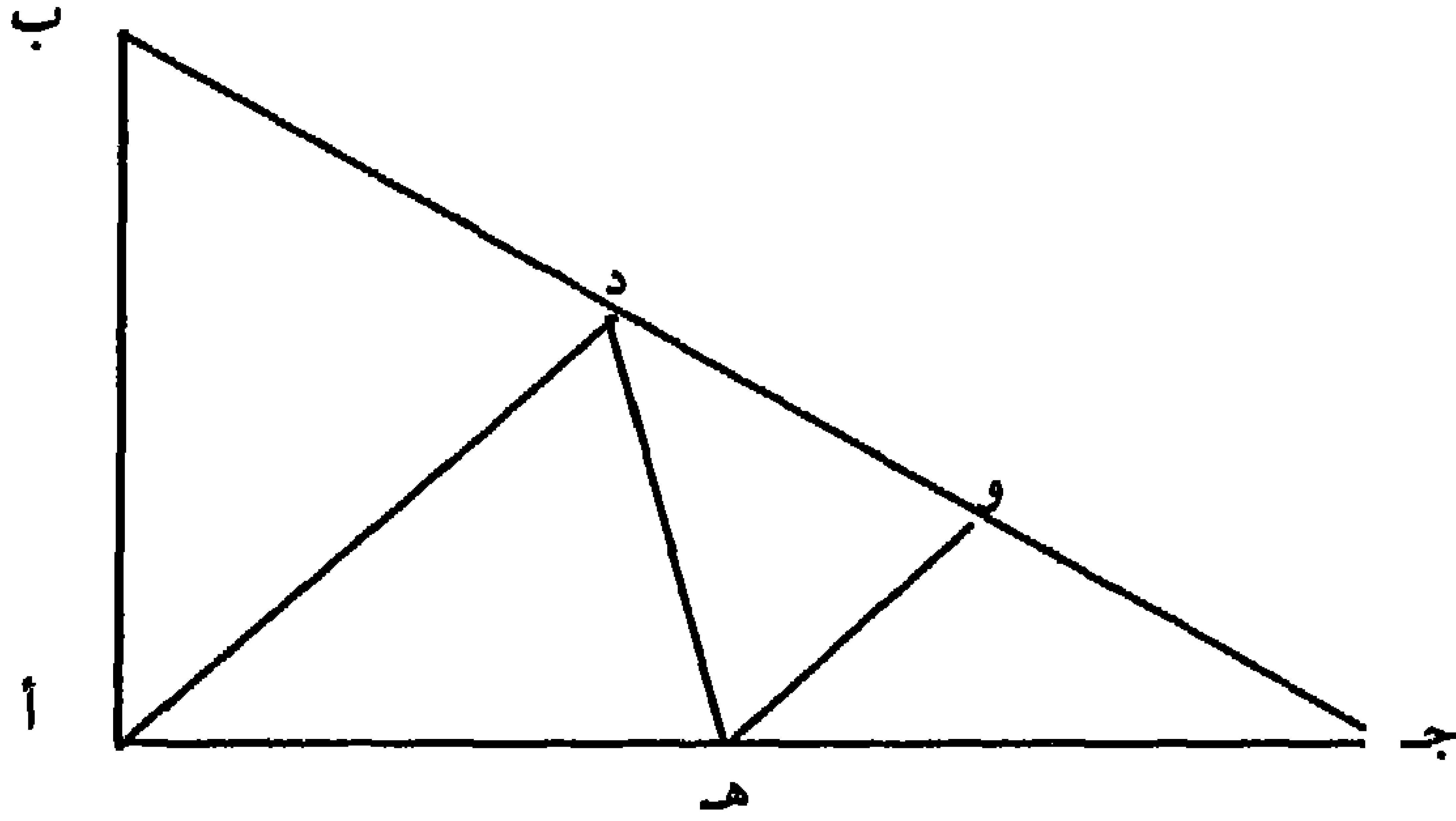
بالنظر الى النموذج هذا فإننا نستنتج أمرين :

أولهما : معرفة البابليين الأكيدة بتطبيق نظريةفيثاغورث دون النص أو البرهان مثلهم في ذلك مثل من سبقوهم من المصريين القدماء .

ثانيهما : يظهر بوضوح إبتداع البابليين لطريقة يستطيعون من خلالها إيجاد مساحة شبه المنحرف (درسوا حالة المتساوي الساقين) .

مثال (٢) : عن الهندسة الجبرية ويرجع تاريخه الى ٢٠٠٠ ق .م

(اكتشف في تل حرمل سنة ١٩٤٩ م)



* والنموذج عن مثلث قائم الزاوية أ ب جـ

* أسقط العمود أ د من رأس القائمة أ على الوتر ب جـ

* أسقط من د العمود هـ على أ جـ

* أسقط من هـ العمود هـ و على أجـ

* انقسم المثلث أ ب جـ بذلك الى مثلثات أربعة صغيرة هي

أ د ب ، أ هـ د ، هـ و د ، هـ جـ و

* فإذا علم أن أجـ = ٦٠ وحدة

، أب = ٤٥ وحدة

، ب جـ = ٧٥ وحدة

* المطلوب إيجاد أجزاء ب جـ أي

إيجاد أطوال كل من ب د ، دو ، وجـ

وأيضا أطوال الأعمده ب د ، دهـ ، هـ و

* الحل البابلي غاية في دقة الفكر الرياضي . وتنبع براعته من الوضوح التام الذي تم به في كل خطوة من خطوات الحل والتي تنحصر ما بين قانو ن مساحة المثلث القائم الزاوية ومبدأ تشابه المثلثات .

* حيث بدأ العالم البابلي القديم بحساب ب د من القانون

$$\text{ب د} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} \times \text{مساحة المثلث أ ب د} \times ٢$$

$$= \frac{٤٥}{٦٠} \times ٤٨٦ \times ٢$$

$$= ٢٧$$

* تحليل الحل كمايلي

Δ Δ أب د ، أب جـ متشابهان

$$\frac{ب\,د}{د\,أ} = \frac{أ\,ب}{أ\,جـ} = \frac{٤٥}{٦٠} \qquad (١)$$

ومن قانون مساحة المثلث فإن

$$\text{مساحة المثلث أ ب د} = \frac{١}{٢}\ (ب\,د\ .\ أ\,د) = ٤٨٦ \qquad (٢)$$

$$\frac{\text{مساحة المثلث أ ب د}}{\text{مساحة المثلث أ جـ د}} = \frac{\overline{أ\,ب}^{٢}}{\overline{د\,أ}^{٢}}$$

ومنها فإن مساحة المثلث أ جـ ب

$$= \text{مساحة المثلث أ ب د} \times \frac{\overline{ب\,جـ}^{٢}}{\overline{أ\,ب}^{٢}}$$

$$= (٥٤ + ٦٠) \times \frac{٤٥ \times ٤٥}{٢}$$

$$= ٤٨٦$$

من (١) ، (٢) نجد أن

$$\overline{ب\,د}^{٢} = \frac{٤٥}{٦٠} \times ٤٨٦ \times ٢$$

$$= ٧٢٩$$

$$\therefore\ ب\,د = ٢٧$$

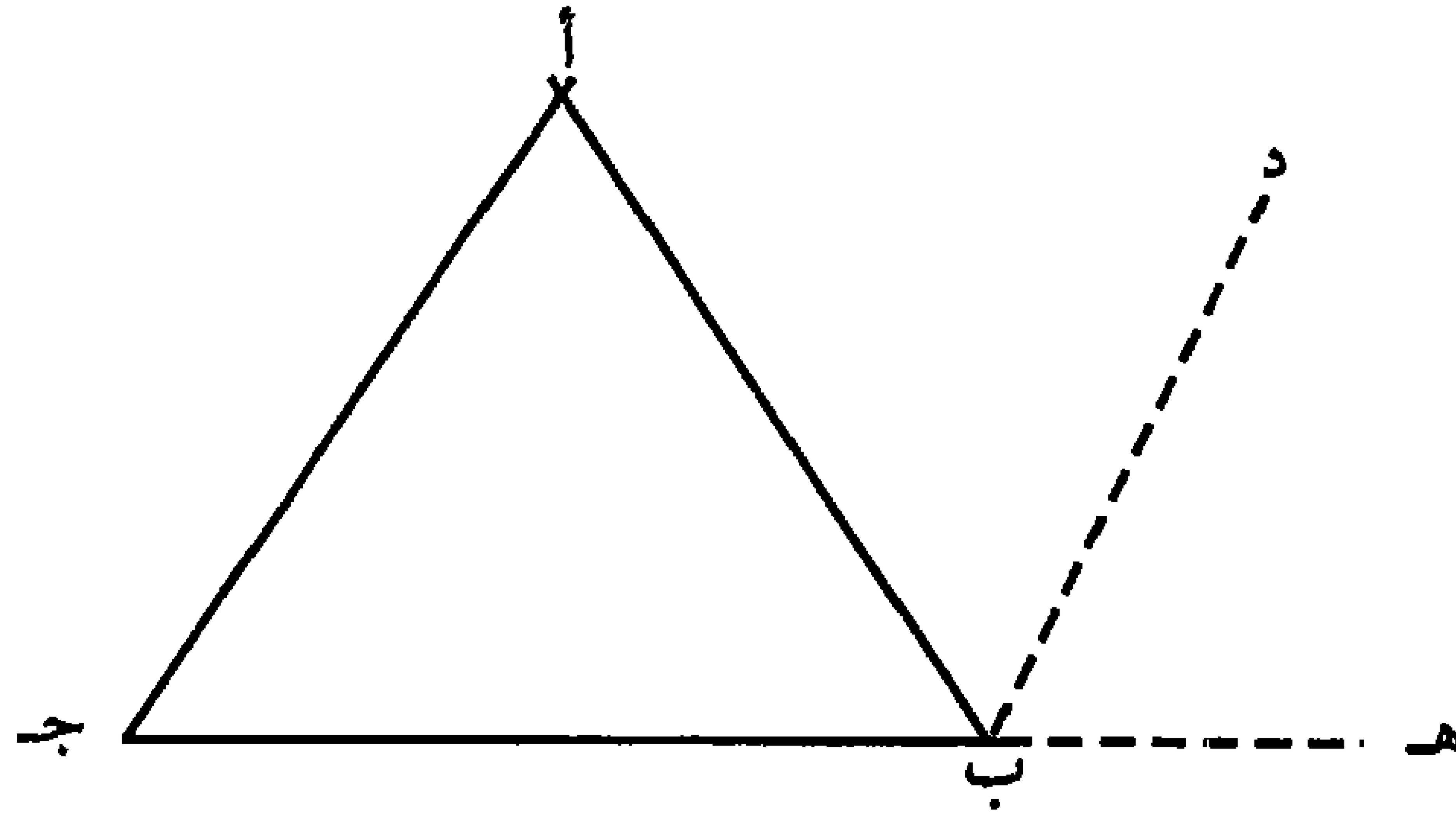
وهكذا يسير الحل للحصول على الأطوال المطلوبة

(بالطبع إن المتتبع لتطور الرياضيات يمكنه أن يصل الى حل لهذا النموذج باستخدام نظرية أبو لونيوس الأغريقي الذي عاش بمدرسة الإسكندرية حوالي ٣٠٠ قبل الميلاد أي بعد حوالي ١٤٠٠ سنه من حل البابليين .

٥ - ٢ - ٣ / عند الإغريق

إن أول من انتقل بالهندسة من أطوال ومساحات وحجوم إلى التجريد هو طاليس زعيم المدرسة الأيونية مع بداية عصر الحضارة الغربية الأولى في الرياضيات حيث أعطى وكما ذكرنا سابقا براهين هندسية نظرية لبعض النظريات والتي لن نعرض لها لتوافرها في الكثيرمن الكتب المدرسية ولا مجال لعرضها هنا . وسوف نترك المدرسة الأيونية لنبدأ نماذجنا مع المدرسة الفيثاغورثية .

مثال (١) من أوائل النظريات التي أعطى لها الفيثاغورثييون برهانا نظريا منطقيا متكاملا كانت النظرية التي تنص على أن « زوايا المثلث الداخلة تساوي قائمتين »



* استخدم الفيثاغورثيون في برهان هذه النظرية خواص التوازي .

* مدوا الضلع جـ ب على استقامته الى هـ .

* رسم ب د // جـ أ

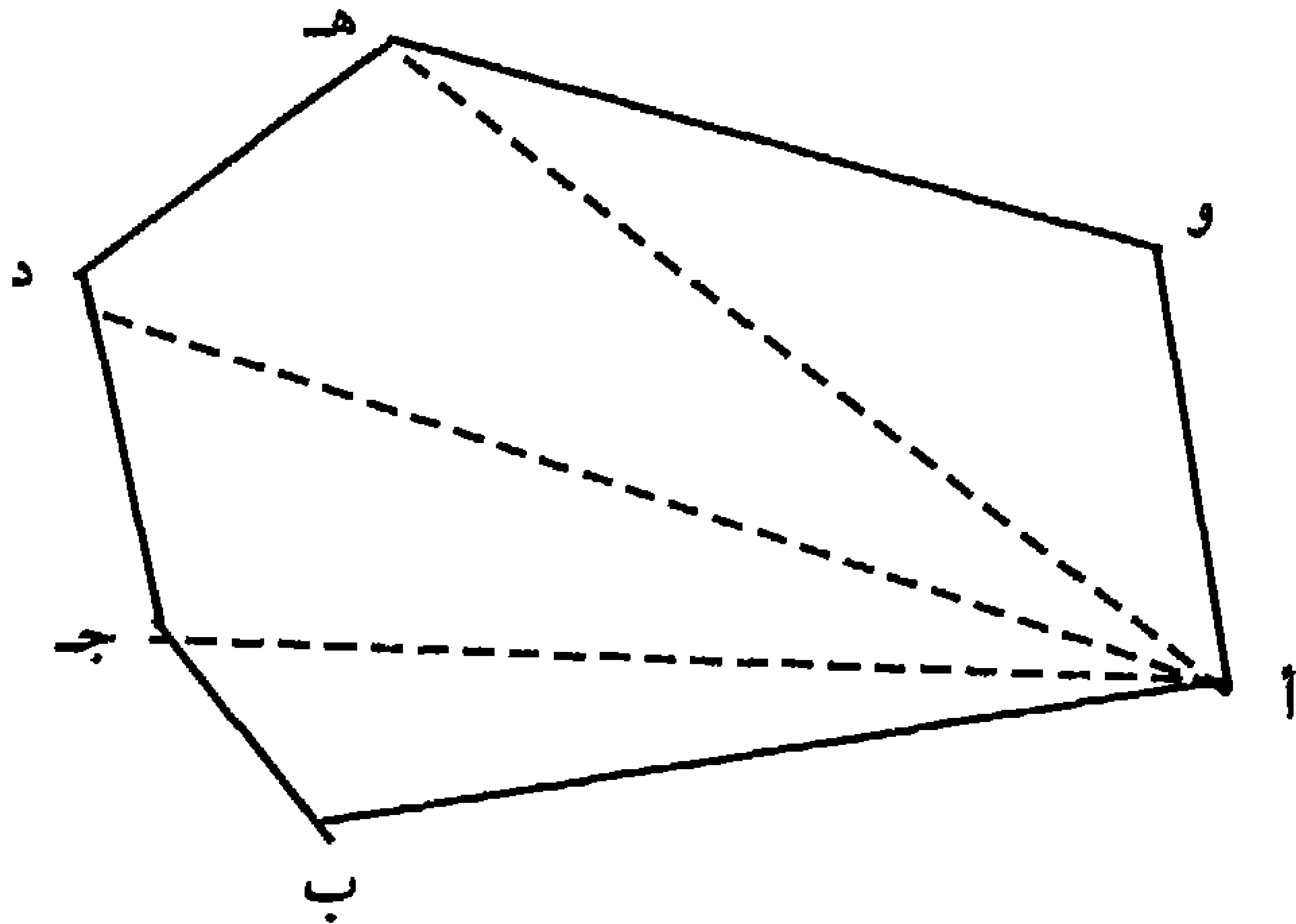
* الزاوية المستقيمة جـ ب هـ = ٢ ق وتنقسم الى ثلاثة أجزاء (ثلاث زوايا) تساوي في مجموع قياسها مجموع قياسات زوايا المثلث .

* من ذلك توصل الفيثاغورثيون الى أن مجموع قياسات زوايا المثلث =٢ق .

ولقد كانت استفادة الفيثاغورثيين من هذه النظرية كبيرة جدا مكنتهم من خلال تطبيقها للحصول على مجموع زوايا الأشكال المتعددة الأضلاع كالسداسي أو الثماني أو بوجه عام :

* إذا فرضنا أن عدد أضلاع الشكل هو ن

فإن مجموع قياسات زواياه الداخله = (٢ن - ٤) × زاوية قائمة .



وقد كان توصلوا إلى هذا القانون بتقسيم الشكل متعدد الأضلاع إلى مثلثات .

والشكل يوضح متعدد أضلاع (سداسي كمثال) ينقسم بالأقطار أ جـ ، أد ،أ هـ الى أربعة مثلثات .

ويكون مجموع قياسات زاويا الشكل السداسي= (٢×٦-٤)×قائمة

=٨ قوائم

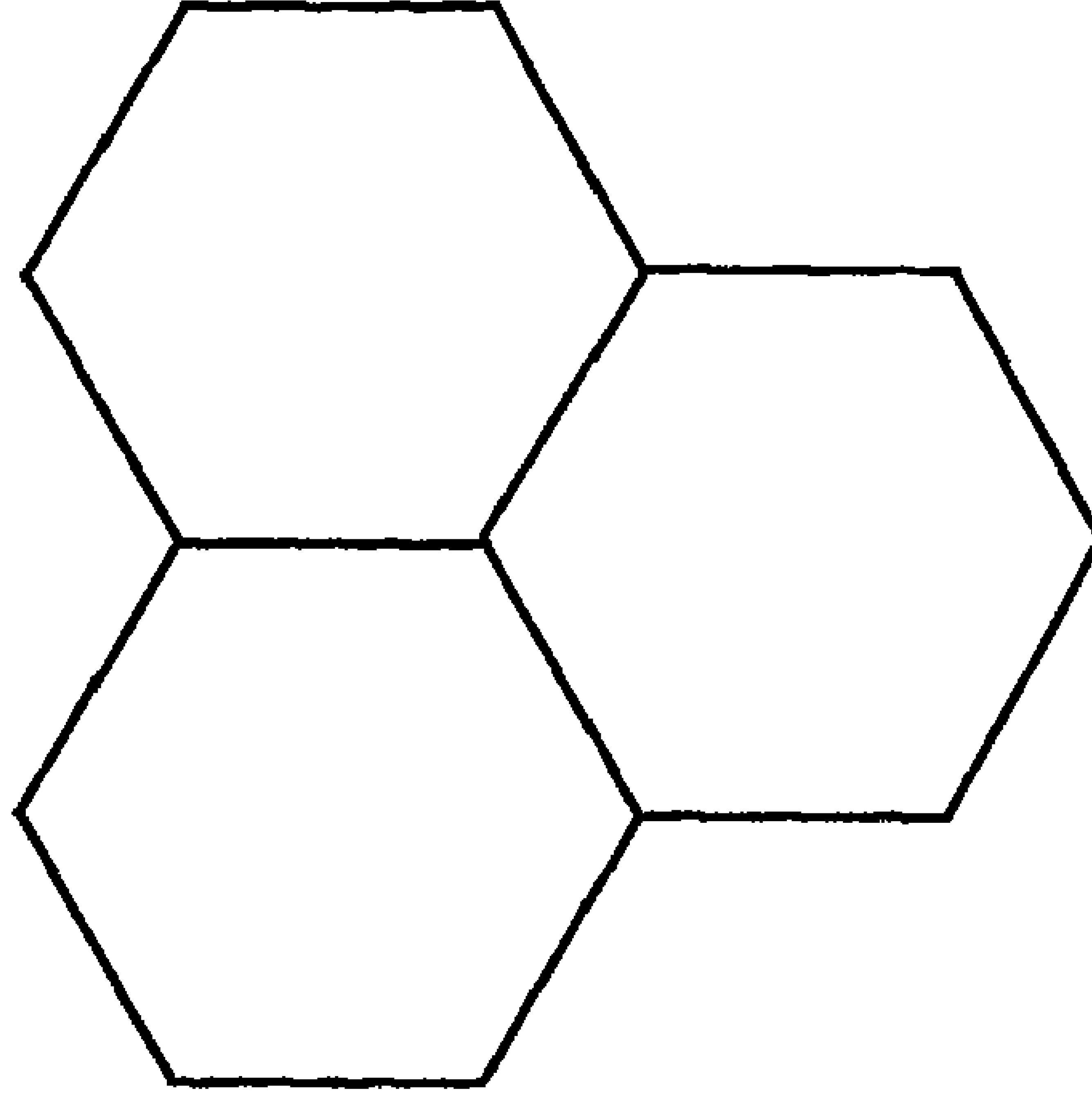
=مجموع قياسات زوايا المثلثات الأربع

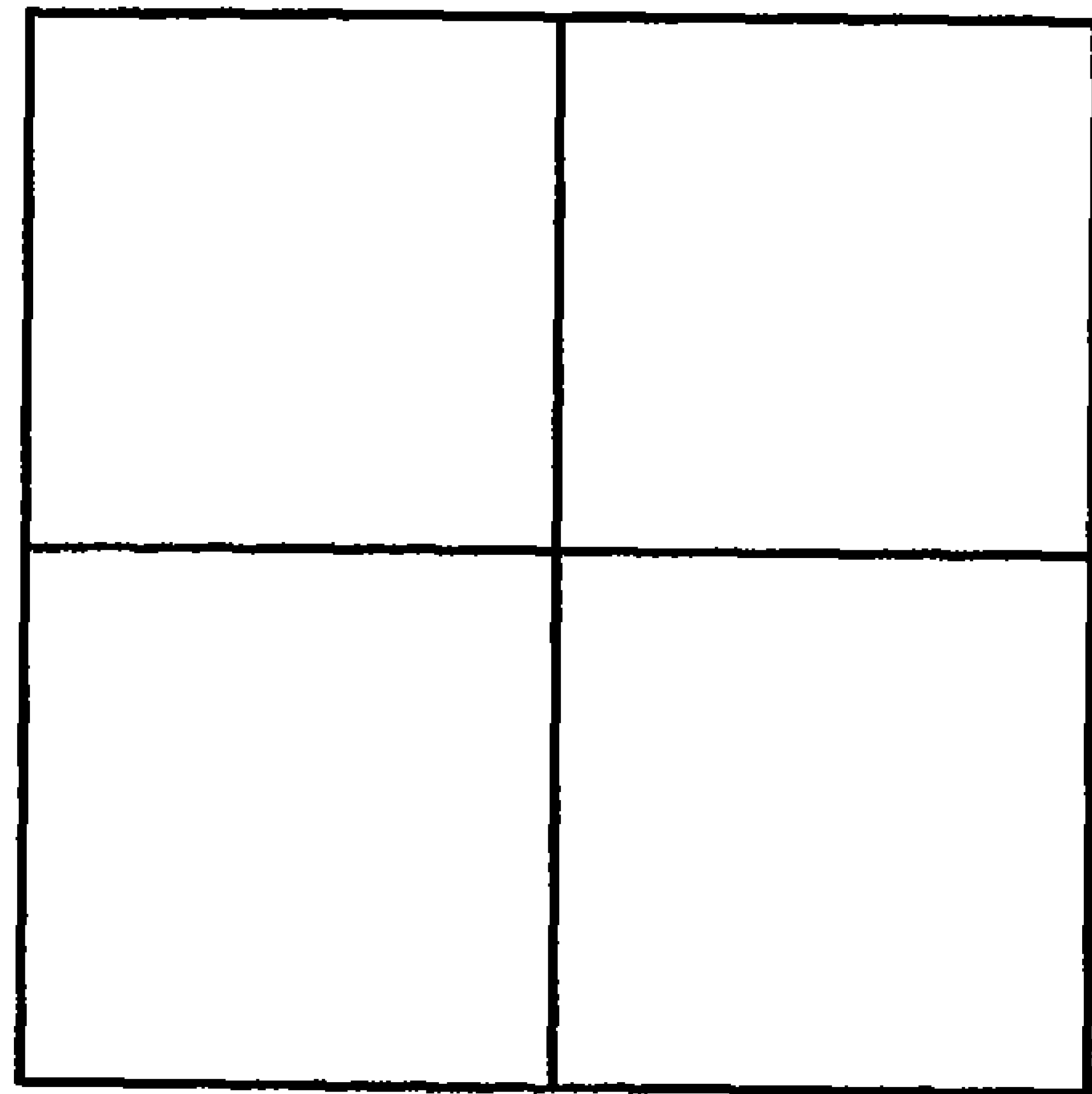
ومن ذلك أيضا فقد توصل الفيثاغورثيون الى حساب قيمة قياس زاوية أي شكل متتعدد الأضلاع منتظما (متساوي الأضلاع والزاويا)

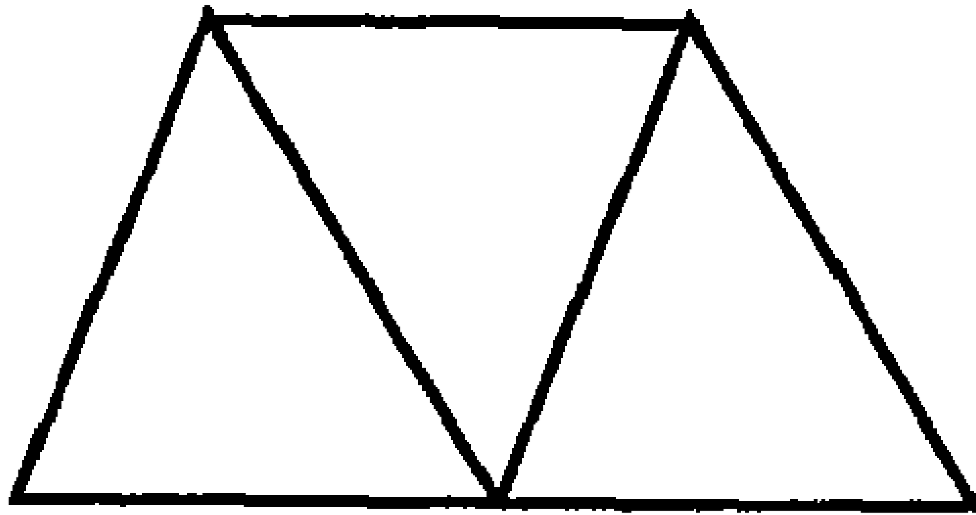
وأيضا قد قادهم فكرهم المتسلسل من هذه النظرية الى فكرآخر يتساءل عنه دائما كل أولئك المهتمين بالفنون التشكيلية ، فكثيرا ما يتساءل بعضهم ما الأشكال التي يمكن تغطية مساحة ما بها دون أن تترك فراغات بينها في تغطية المساحة ؟

وقد كانت إجابة هذا السؤال عند الفيثاغورثيين .

فبالنظر للأشكال الثلاثة الآتية :







إن إجابة هذا السؤال تتم إستخدام إما :

- ستة مثلثات متساوية الأضلاع ومتساوية .

- أربعة مربعات متساوية .

- ثلاثة مسدسات منتظمة ومتساوية .

ذلك أن عدم وجود فراغ يتم طبقا للفكر الهندسي القائل إنه يجب ملء الفراغ حول نقطة في السطح بما يساوي أربع قوائم . وهذا بالطبع ما يتحقق في أي حالة من الثلاث السابقة .

مثال (٢) نظرية فيثاغورث الشهيرة التي تنص على أنه

« في المثلث القائم الزاوية فإن مساحة المربع المنشأ على الوتر يكافئ مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة .»

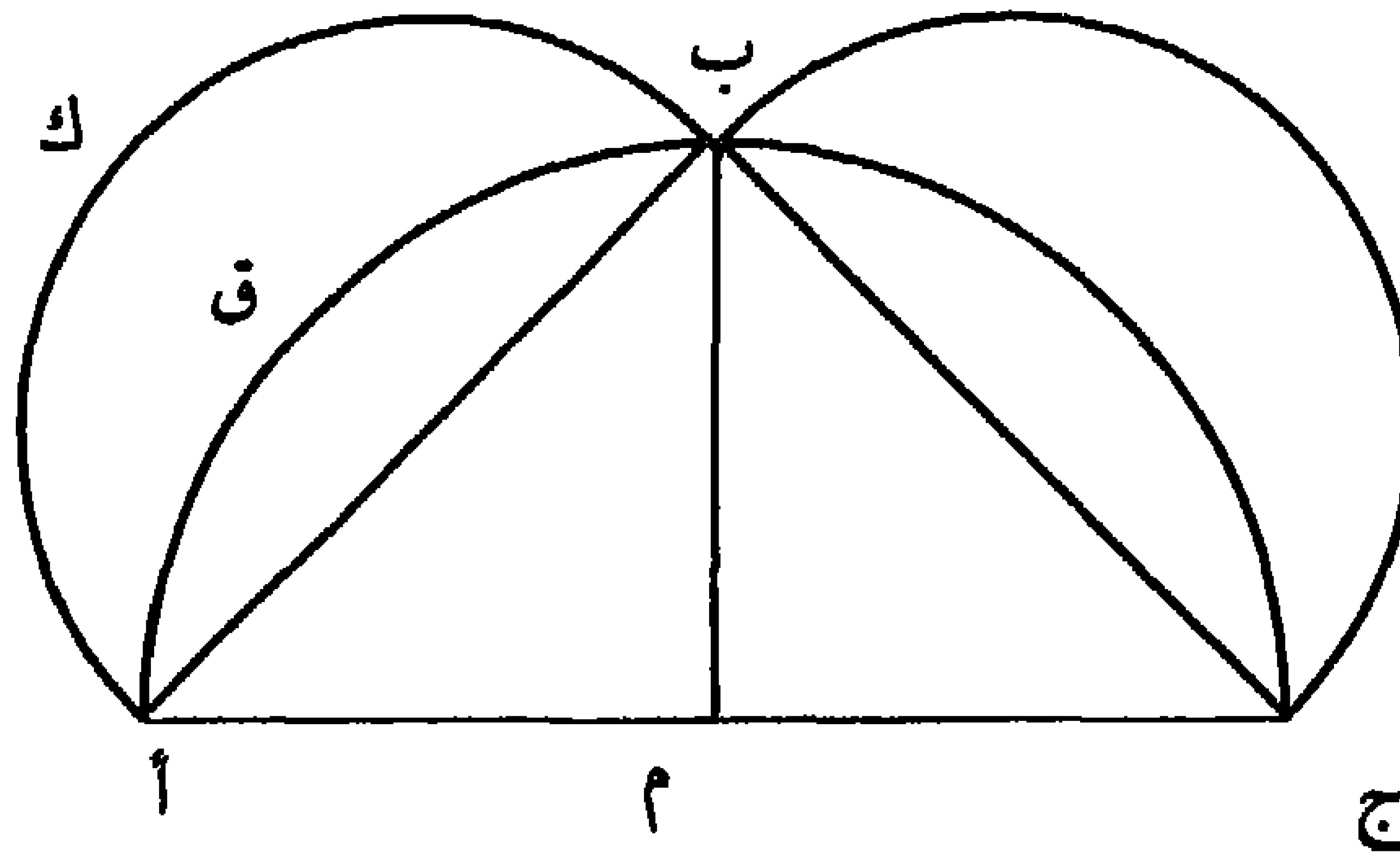
- وسنكتفي بذكر النظرية دون البرهان حيث إنه أيضا شائع في الكثير من كتب الرياضيات المنهجية .

مثال (٣) أبقراط الخيوسي وهلالياته

(من خلال المدرسة السفسطائية)

وضع أبقراط الخيوسي حلا للمشاكل الثلاثة الرئيسية التي واجهت علماء الرياضيات في المدرسة السفسطائية والتي سبق أن أوردناها وهي تربيع الدائرة - تثليث الزاوية - مضاعفة المكعب .

وقد إخترنا لك في نموذجنا هذا حل أبقراط للمشكلة الأولى فهو نموذج هندسي كان اكتشافه مثيرا وواضحا وسمى بهلاليات أبقراط .



(الشكل يوضح المثال الأبسط لهلاليات أبقراط الخيوسي)

* إعتبر المثلث أ ب جـ والمحاط بنصف الدائرة التي مركزها م .

* خذ نصف المثلث أ ب جـ

* إرسم نصف دائرة قطرها أ ب ونصف دائرة أخرى قطرها ب جـ

* النسبة بين مساحتي نصفي الدائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما .

* $\therefore \overline{\text{أجـ}}^{\text{٢}} = \text{٢}\,\overline{\text{أب}}^{\text{٢}}$

* تكون مساحة ربع الدائرة الكبرى ب م أ ق تساوي مساحة نصف الدائرة الصغرى ب ك أ .

* بطرح الجزء المشترك ب ق أ من كل منهما ينتج أن .

* مساحة المثلث أ ب م تساوي مساحة الهلال ب ق أ ك .

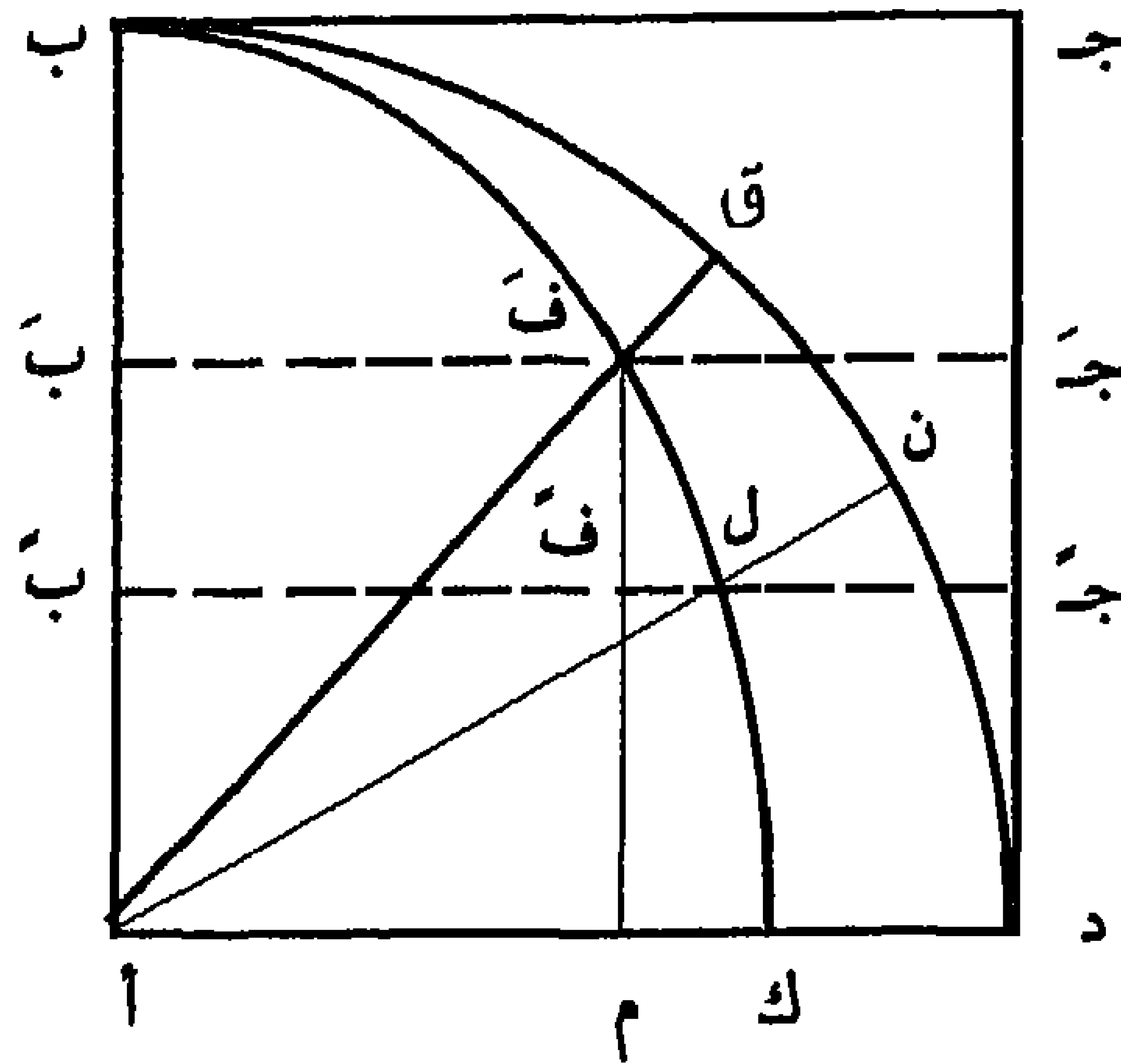
* من ذلك نستطيع تربيع المساحة الهلالية ب ق أ ك

- واضح أن الوصول لهذا النموذج يتطلب معرفة أبقراط للنظرية القائلة بأن النسبة بين مساحتي الدائرتين كالنسبة بين مربعي قطريهما . ونتوقع أن يكون أبقراط ملما بها تماما ، وأنه استخدمها لأن مساحة الدائرة كانت متداولة خاصة وأنها حسبت في عهد المصريين القدماء والبابليين وأيضا عند الفيثاغورثيين وكل ذلك بوقت طويل وكاف لتصل إلى أبقراط .

مثال (٤)

هبياس الإبليسي ومنحنى التربيع من خلال المدرسة السفسطائية

« اكتشف هذا النموذج في العصر الإغريقي ومن خلال المدرسة السفسطائية في محاولة لحل المشكلة الثانية من مشاكل السفسطائين وهي تثليث الزاوية . وقد استطاع هيبياس من خلال هذا النموذج تحقيق حل المشكلة» .



* لدينا المربع أ ب جـ د طول ضلعه س

* بداخله ربع دائرة مركزها أ ونصف قطرها س

* نصف القطر يدور بسرعة ثابتة من الموضع أ ب الى موضع آخر أ د

* ب جـ يتحرك في الوقت نفسه بسرعة ثابتة الى الموضع أ د بحركة موازية لوضعه الأصلي .

* المحل الهندسي للنقط التي يتقاطع فيها المستقيمان ف ، ل هي منحنى التربيع ب ف ل ك

* ويكون $\frac{\text{< ب أ د}}{\text{< ق أ د}} = \frac{\text{القوس ب د}}{\text{القوس ق د}} = \frac{\text{ب أ}}{\text{ق م}}$

* الشعاع أ فَ يصل المركز مع نقطة ما على المنحني فَ

* بفرض طول الشعاع أ فَ = ر ، < هـ = < د أ ف

ينتج أن $\frac{\text{نق}}{\text{ر جا هـ}} = \frac{\frac{\text{ط}}{\text{٢}}}{\text{هـ}}$ ($\frac{\text{ب أ}}{\text{بَ أَ}} = \frac{\text{القوس ب د}}{\text{القوس ق د}}$)

* وبذلك تكون معادلة منحنى التربيع هي ر جا هـ = $\frac{\text{٢ نق هـ}}{\text{ط}}$

* ويتم العمل لتقسيم الزاوية بالتساوي الى ثلاثه أجزاء (تثليث الزاوية) باستخدام هذا المنحنى كما يلي :

- نقسم العمود فَ م بنسبه ٢ : ١ فيكون فَ فً = ٢ فً م

- نرسم المستقيم بً جـً ماراً بالنقطة فً وموازيا أ د فيقطع المنحنى ب ف ك في النقطة ل

- نرسم المستقيم أ ل

فتكون < د أ ل = $\frac{\text{١}}{\text{٣}}$ < د أ فَ .

* يمكن باستخدام هذا المنحنى (منحنى التربيع) تقسيم أي زاوية بنسبة معينه وليس (التثليث) فقط كما أوضحنا . إذ يكفي لذلك أن نقسم المستقيم فَ م بالنسبة التي نرغب التقسيم بها ثم نكمل العمل تماما كما أسلفنا .

ويذكر أن دينو ستراتوس (٢٠٤ ق . م) وعلماء آخرين إغريقيين وغيرهم قد استفادوا من هذا المنحنى للتوصل لحل المشكله الأولى وهي تربيع الدائرة والسابق حلها بهلاليات أبو قراط .

مثال (٥)

الفكر الأفلاطوني والتحليل والتركيب .

سبق أن وعدنا بأننا سنعرض للتحليل والتركيب المستخدم من قبل المدرسة الأفلاطونية كأسلوب لفكرهم في حل المشاكل الهندسية وقد يكون التحليل والتركيب من إكتشاف أفلاطون أو عرفه غيره من قبله (أبقراط) لكن المدرسة الأفلاطونية هي التي اتخذته أسلوبا للحل ، ونظمته ليستطيع دارس الرياضيات أن يحذو حذوهم .

معنى التحليل : تحاول من خلال سرد الخطوات التالية توضيح المعنى المقصود بالتحليل .

إذا كان المطلوب إثباته أن أ هي ب

فإننا نتبع الخطوات التالية

* نفرض أن أ هي ب

، ب هي جـ

، جـ هي د

∴ د هي هـ

أ هي هـ

- فإذا لم يكن صحيحا فالنظرية ليست صحيحة .

– وإذا كانت أ هي هـ فإن النظرية صحيحة لكنها تظل غير مبرهنة ويجب أن يتم التحليل بطريقة عكسية وهو ما يعرف بالتركيب .

معنى التركيب : هي مجموعة الخطوات التي تتم بعد التحليل لإكمال البرهان وهي تسير عكسية لخطوات التحليل كما يلي :

خطوات التركيب : إذا كانت ،* أ هي هـ

، هـ هي د

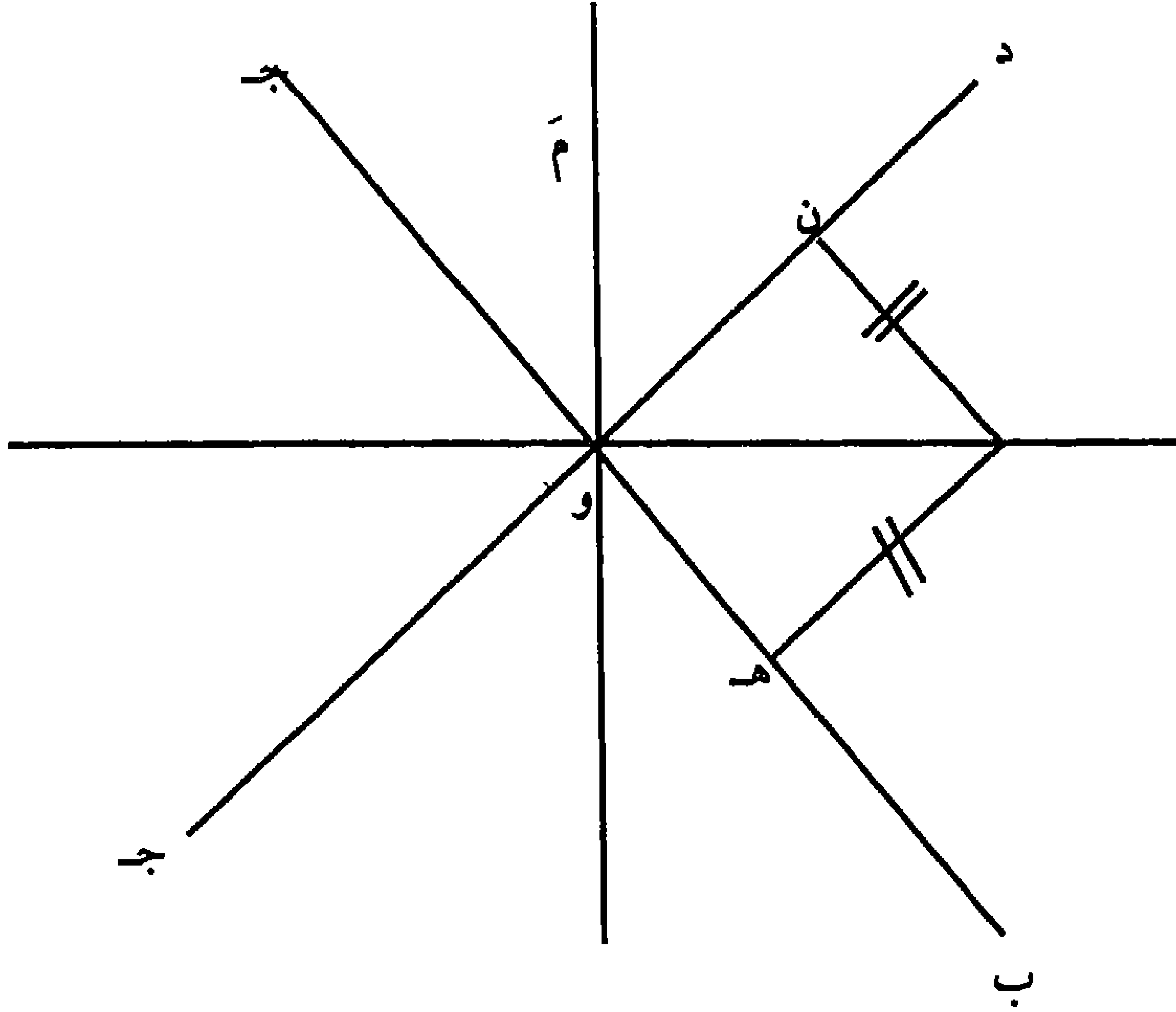
، د هي جـ

، جـ هي ب

فإن أ هي ب

بعد ذلك تكون النظرية صحيحة ومبرهنة أيضا

وكنموذج للتحليل والتركيب دعنا نتناول المثال التطبيقي التالي :



المطلوب : إيجاد المحل الهندسي للنقط المتساوية البعد عن مستقيمين متقاطعين

التحليل :

* ليكن أب ، جـ د مستقيمين متقاطعين في و . (انظر الشكل) .

* م نقطة تقع على بعدين متساويين من المستقيمين .

* نسقط عمودا من م على كلا من أب ، جـ د .

* البعدان م ن ، م هـ متساويان

* نصل م و .

* المثلثان وم ن ، و م هـ متساويان .

* قياس الزاوية ن وم = قياس الزاوية م و هـ .

* م و هو منصف الزاوية الحادة .

[يمكن أن نستنتج هذه النتيجة أيضا إيضا أخذنا مَ في الزاوية المنفرجة]

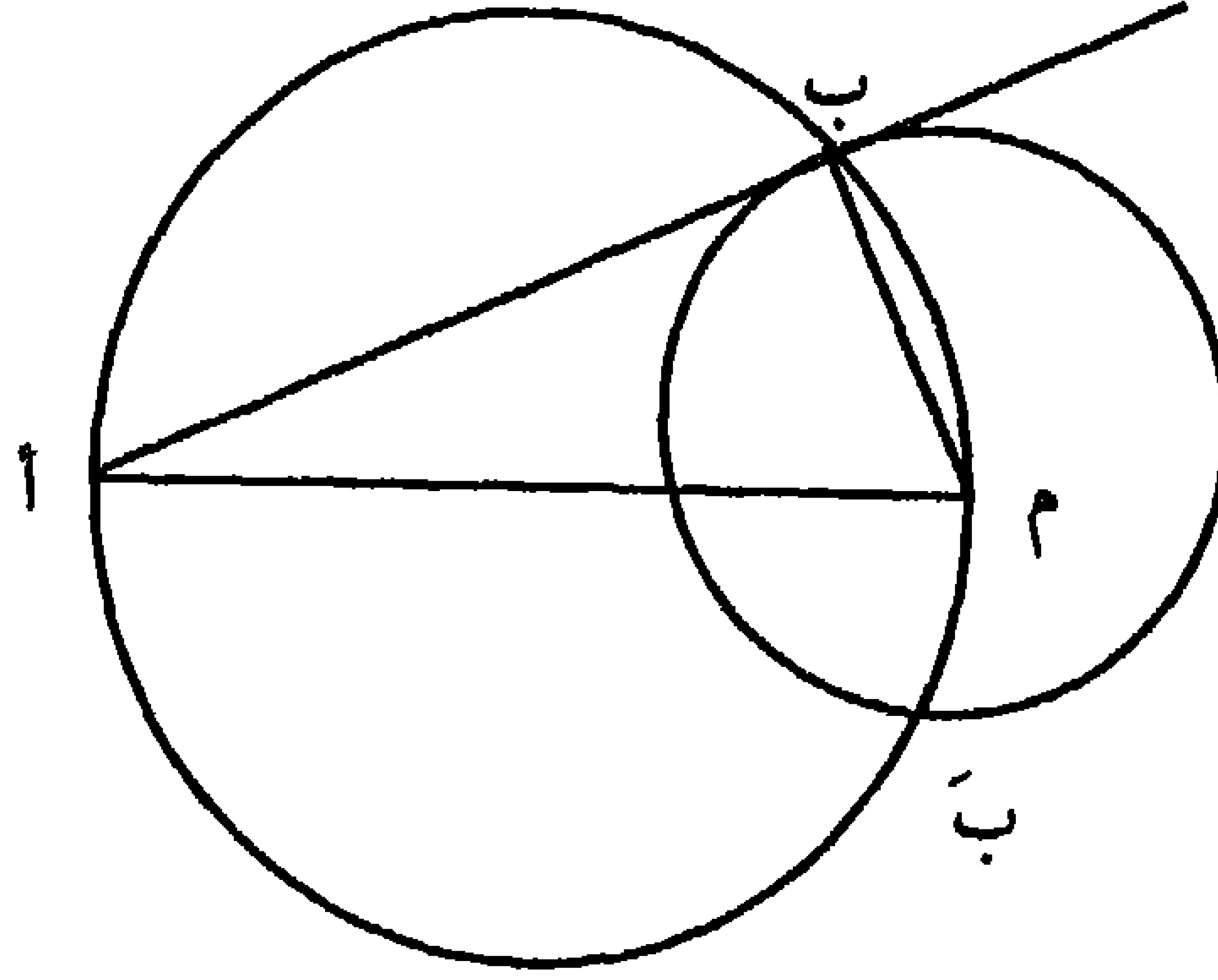
* تكون الخطوة الأخيرة في التحليل هي رسم المحل الهندسي .

أما التركيب : فهو من خطوتين

الأولى : إثبات أن أي نقطة على أحد المنصفين متساوية البعد عن المستقيمين .

الثانية : إثبات أن أي نقطة ليست على المنصفين لا تكون متساوية البعد عن المستقيمين .

مثال تطبيقي آخر لتوضح التحليل والتركيب



المطلوب : رسم مماس لدائرة ما من نقطة ما أ

(النقطة والدائرة في مستوي واحد)

التحليل :

* مركز الدائرة م وليكن المماس هو أب

* نصف القطر م ب هو أقصر مسافة من م الى أ ب

* الزاوية أ ب م قائمة .

* المحل الهندسي لرأس الزاوية أ ب م التي تقابل المستقيم أ م هي الدائرة التي قطرها أ م .

* نرسم هذه الدائرة فتقطع الدائرة م في النقطتين ب ، بَ .

* بذلك يمكن رسم مماسين من النقطة أ الى الدائرة م هما أ ب ، أ بَ

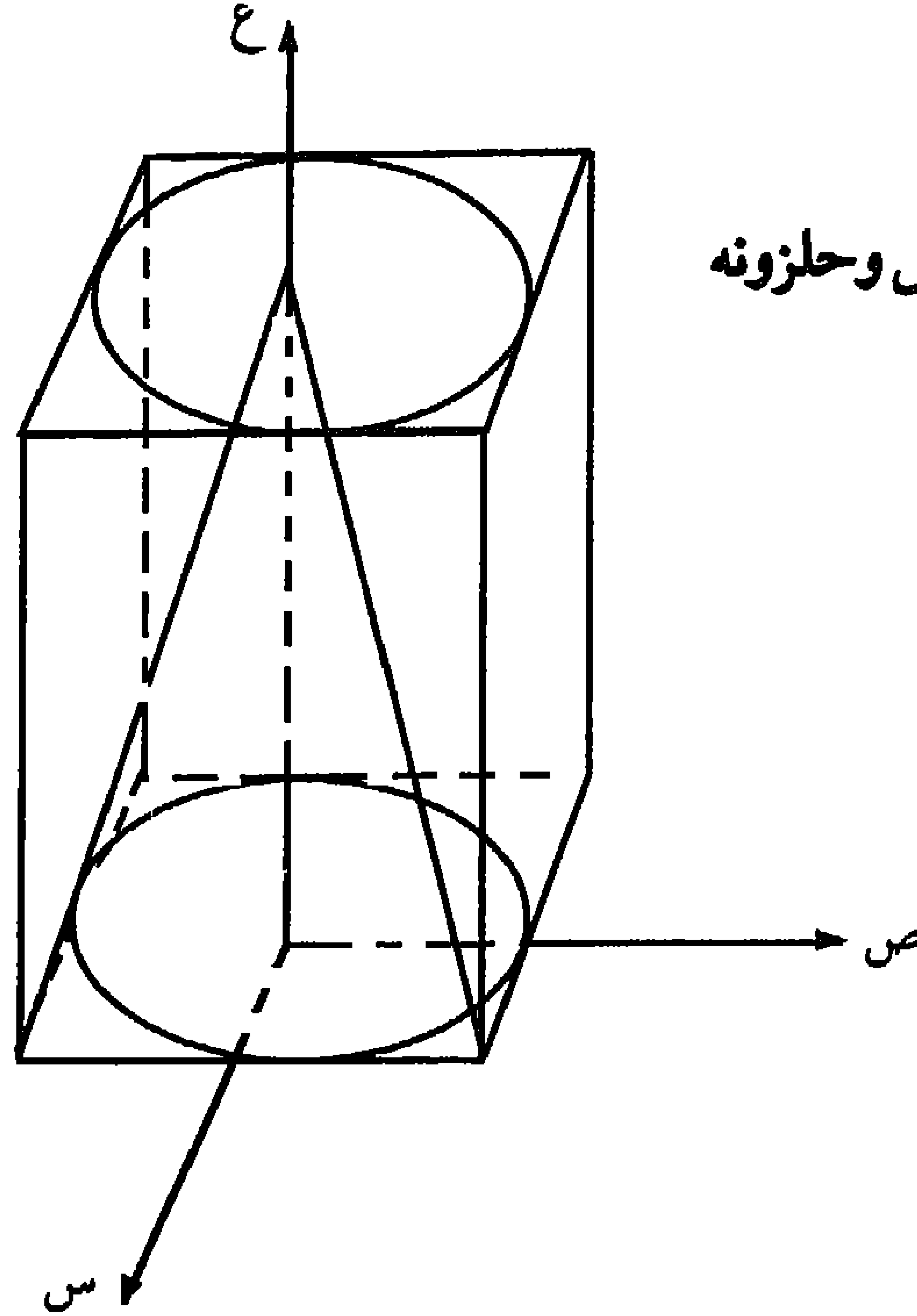
التركيب : أما التركيب فعبارة عن خطوتين :

الأولى : تثبت أن كلا من أب ، أبَ مماسان حقيقيان للدائرة .

الثانية : نثبت أنه لا يوجد مستقيم آخر من أ يمس الدائرة .

مثال (٦)

أرشميدس وحلزونه



* إذا ثبتت إحدى نهايتي قطعة مستقيمة وتركت لتدور في مستوي بسرعة ثابتة .

* في نفس الوقت إذا تحركت نقطة بسرعة ثابتة على الخط المستقيم من النهاية الثابتة فإن النقطة المتحركة ترسم لولبا معادلته بالإحداثيات القطبية هي

ر = أ هـ

حيث أ هي نسبة سرعة النقطة على المستقيم الى سرعة دوران الزاوية Anguler . v.

مثال ٧

أبو لونيوس والقطوع المخروطية :

أكد أبو لونيوس الأحوال الثلاثة الناتجة من قطع مخروط دائري بمستوي على النحو التالي :

الحالة الأولى :

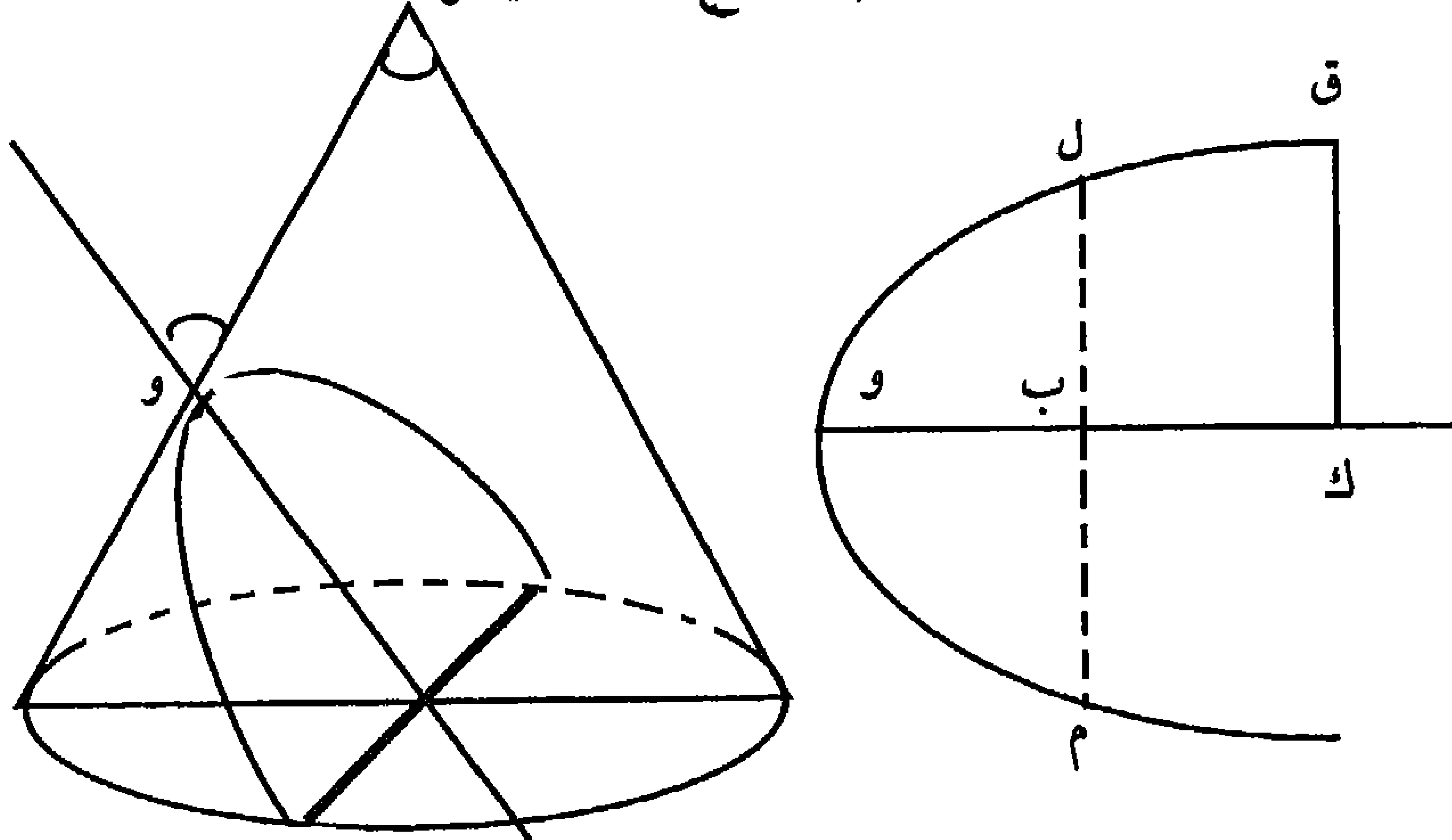
إذا كانت زاوية رأس المخروط تساوي زاوية ميل المستوى القاطع مع مولده في هذه الحالة يكون المقطع الحادث قطعا أطلق عليه القطع المكافئ ووضع له التعريف الآتي :

تعريف القطع المكافئ (عند أبولونيوس)

إذا كانت مساحة المربع المنشأ على العمود النازل من أي نقطة من نقاط المقطع على محوره تكافئ مساحة المستطيل الذي بعداه الوتر البؤري م ل وبعد مسقط العمود عن رأس القطع ك و (انظر الشكل المرافق) .

أي أنه إذا كان $\overline{ق ك}^{٢} = \overline{ك و} \cdot \overline{ل و}$

فإن القطع الحادث يكون قطعا مكافئا .



الحاله الثانية :

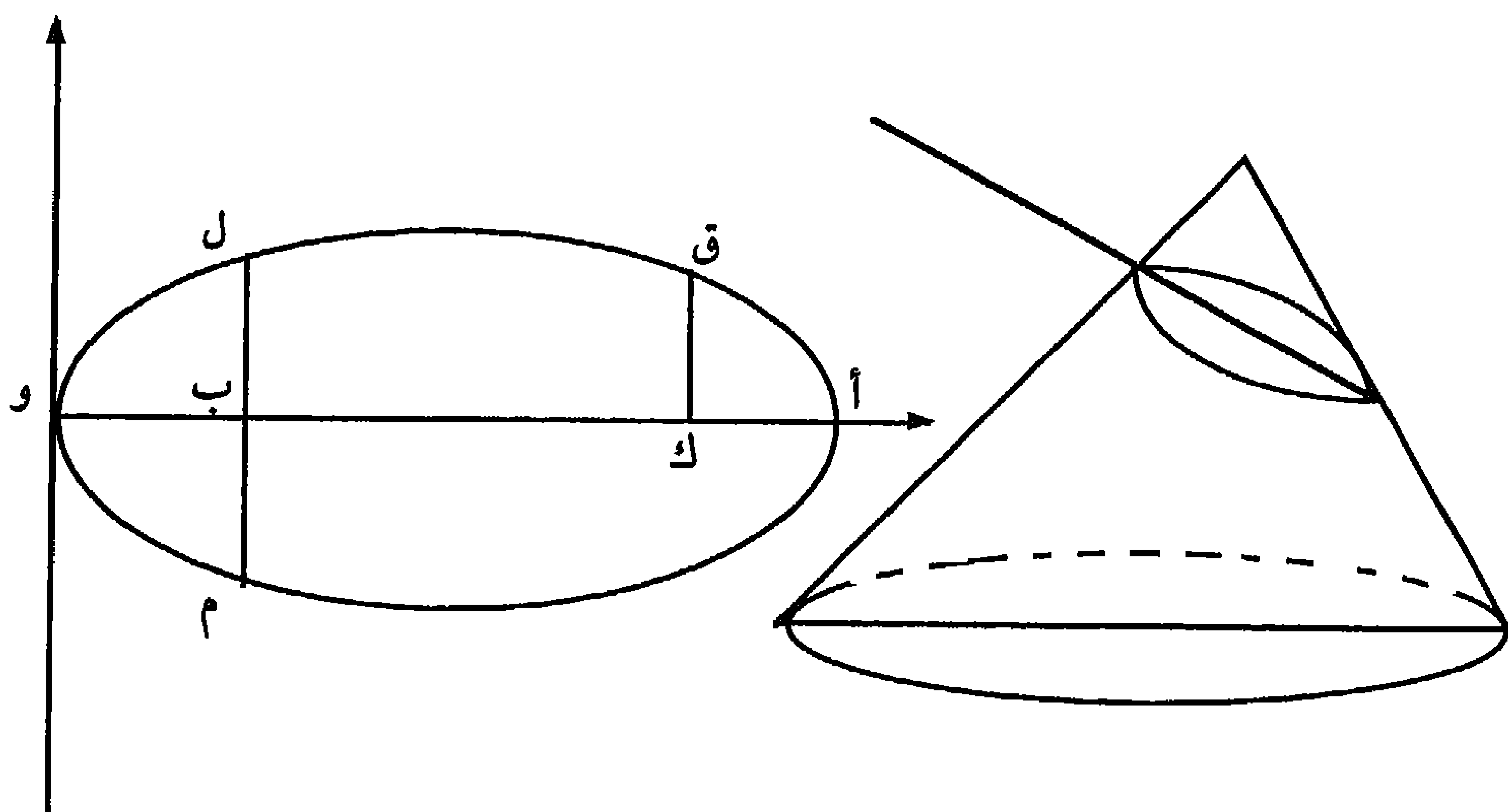
إذا كانت زاوية رأس المخروط تنقص عن زاوية ميل المستوى القاطع مع مولده وفي هذه الحالة يكون المقطع الحادث قطعا أطلق عليه القطع الناقص ووضع له التعريف الآتي :

تعريف القطع الناقص (عند أبو لونيوس)

إذا كانت مساحة المربع المنشأ على العمود النازل من أي نقطة من نقط المقطع على محوره تنقص عن مساحة المستطيل الذي بعداه الوتر البؤري م ل ، وبعد موقع العمود عن الرأس ك و (انظر الشكل المرفق) .

أي أنه إذا كان $\overline{\text{ق ك}}^2 < \overline{\text{ك و}} \cdot \overline{\text{ل م}}$.

فإن القطع الحادث يكون قطعا ناقصا .



الحالة الثالثة

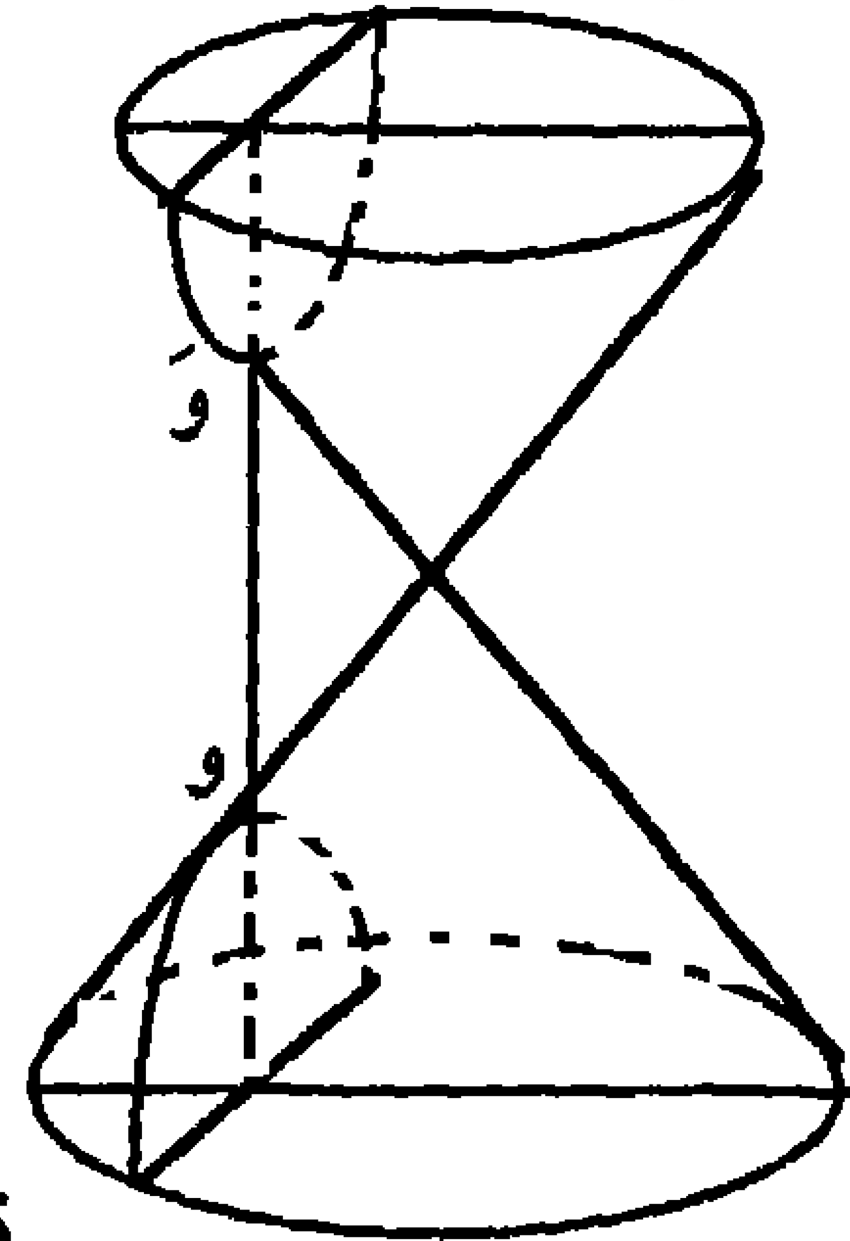
إذا كانت زاوية رأس المخروط تزيد عن زاوية ميل المستوى القاطع مع مولده وفي هذه الحالة يكون المقطع الحادث قطعاً أطلق عليه القطع الزائد ووضع له التعريف الآتي :

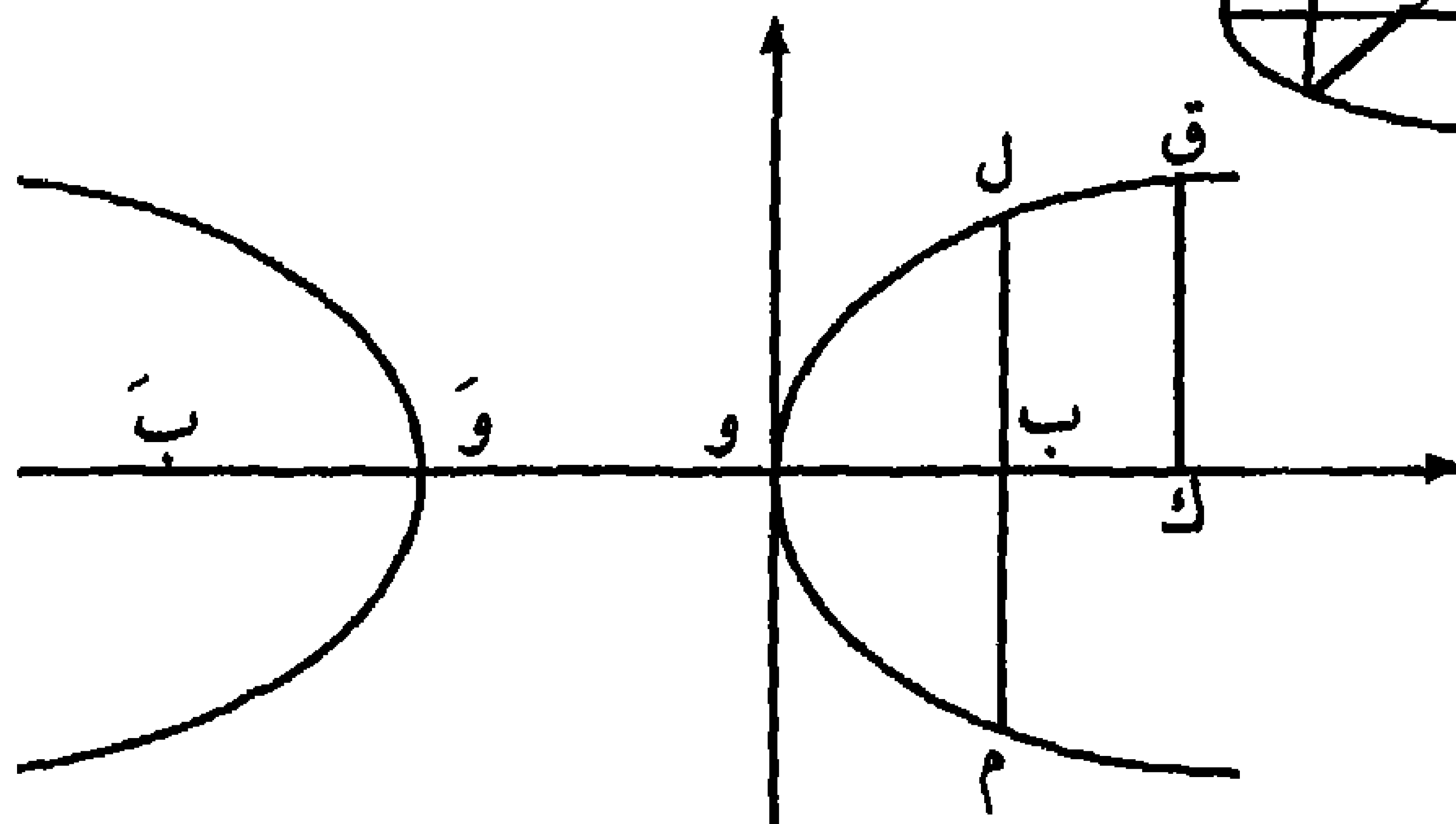
تعريف القطع الزائد (عند أبولونيوس)

« إذا كانت مساحة المربع المنشأ على العمود النازل من أي نقطة من نقاط المقطع على محوره تزيد عن مساحة المستطيل الذي بعداه الوتر البؤري م ل ، وبعد موقع العمود عن الرأس ك و (انظر الشكل المرفق)

أي أنه إذا كان $\overline{ق ك}^{٢} > \overline{ك و} . \overline{ل م}$.

فإن القطع الحادث يكون قطعا زائدا .

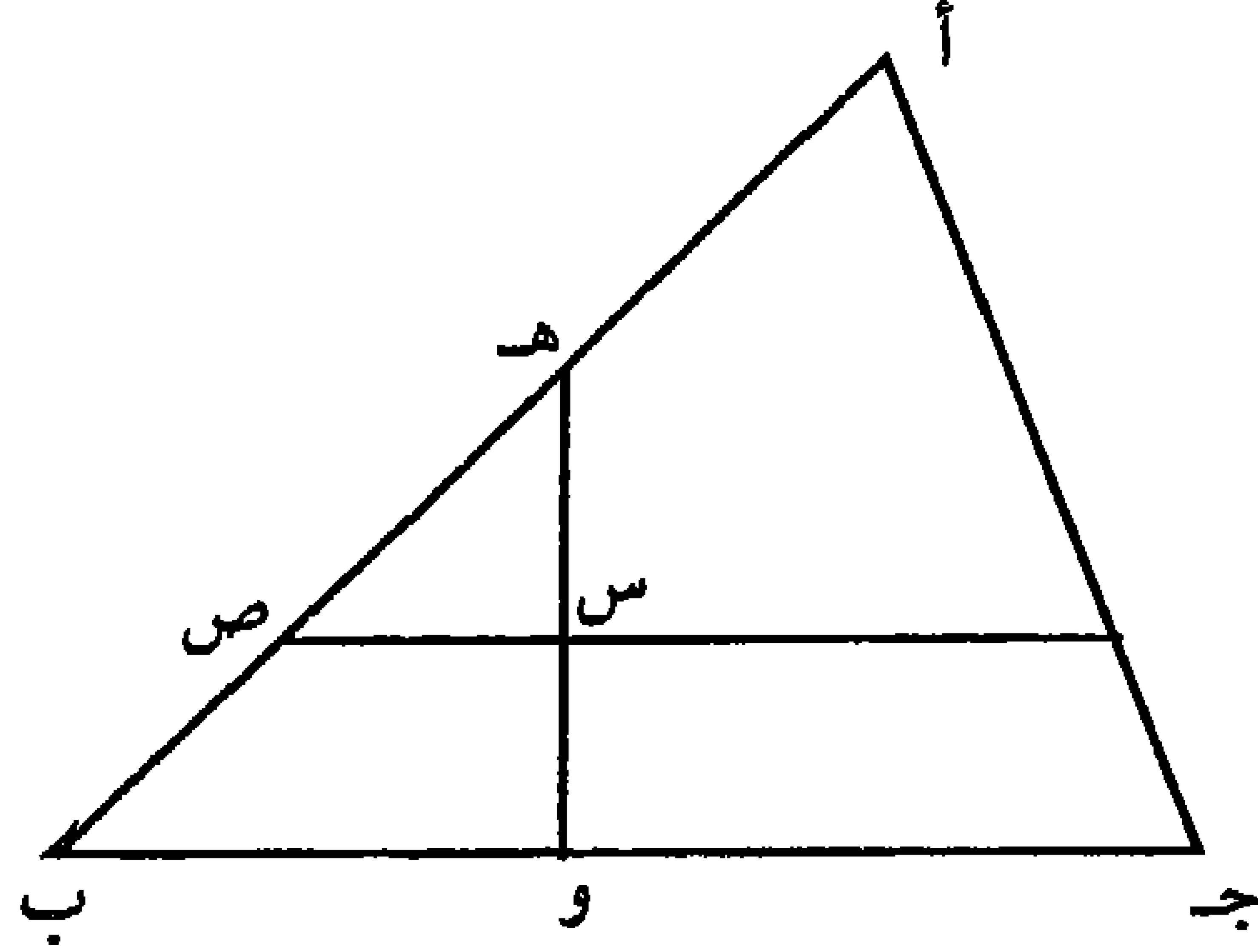




مثال (٨)

إقليدس وتقسيم الأشكال .

(وهي طريقة تمكن من قسمة شكل ما بنسبة معلومة)



لنفرض أن الشكل المطلوب تقسيمه هو المثلث أ ب جـ الموضع أمامك بالرسم فيكون المطلوب هو رسم مستقيم هـ و (مثلا) داخل المثلث يقطع كلا من أ ب ، ب جـ في هـ ، و على الترتيب وبحيث تكون النسبة بين المثلثين ب هـ و ، أ ب جـ كنسبة م : ن

* نفرض أن المستقيم هـ و الموضح بالشكل يحقق حل المسألة

* ينتج أن $\frac{\Delta \text{ب و هـ}}{\Delta \text{أ ب جـ}} = \frac{\text{م}}{\text{ن}}$

* ومنها $\frac{\text{ب هـ . هـ و}}{\text{ب أ . ب جـ}} = \frac{\text{م}}{\text{ن}}$ (١)

* نرسم س ص // جـ ب

* س ص ، ص ب معلومان .

* $\frac{\text{ب و}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{ص هـ}} = \frac{\text{ب هـ}}{\text{ب هـ} - \text{ب ص}}$ (٢)

$= \frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{\text{س ص} \,.\, \overline{\text{ب هـ}}^{٢}}{\text{ب أ} \,.\, \text{أ جـ} (\text{ب هـ} - \text{ب ص})}$

* ومنها $\text{ب هـ}^{٢} = \frac{\text{م}}{\text{ن}} \,.\, \frac{\text{ب أ} \,.\, \text{أ جـ}}{\text{س ص}} (\text{ب هـ} - \text{ب ص})$ (٣)

* وبتحديد ب هـ يتم حل المسألة

* وقد وضع إقليدس العلاقة (٣) على الصورة الجبرية

$$\text{س}^{٢} = \text{ل} (\text{س} - \text{ك})$$

* وهذه معادلة من الدرجة الثانية أمكنه حلها بالطريقة التي أوردها الفيثاغورثيون من قبله .

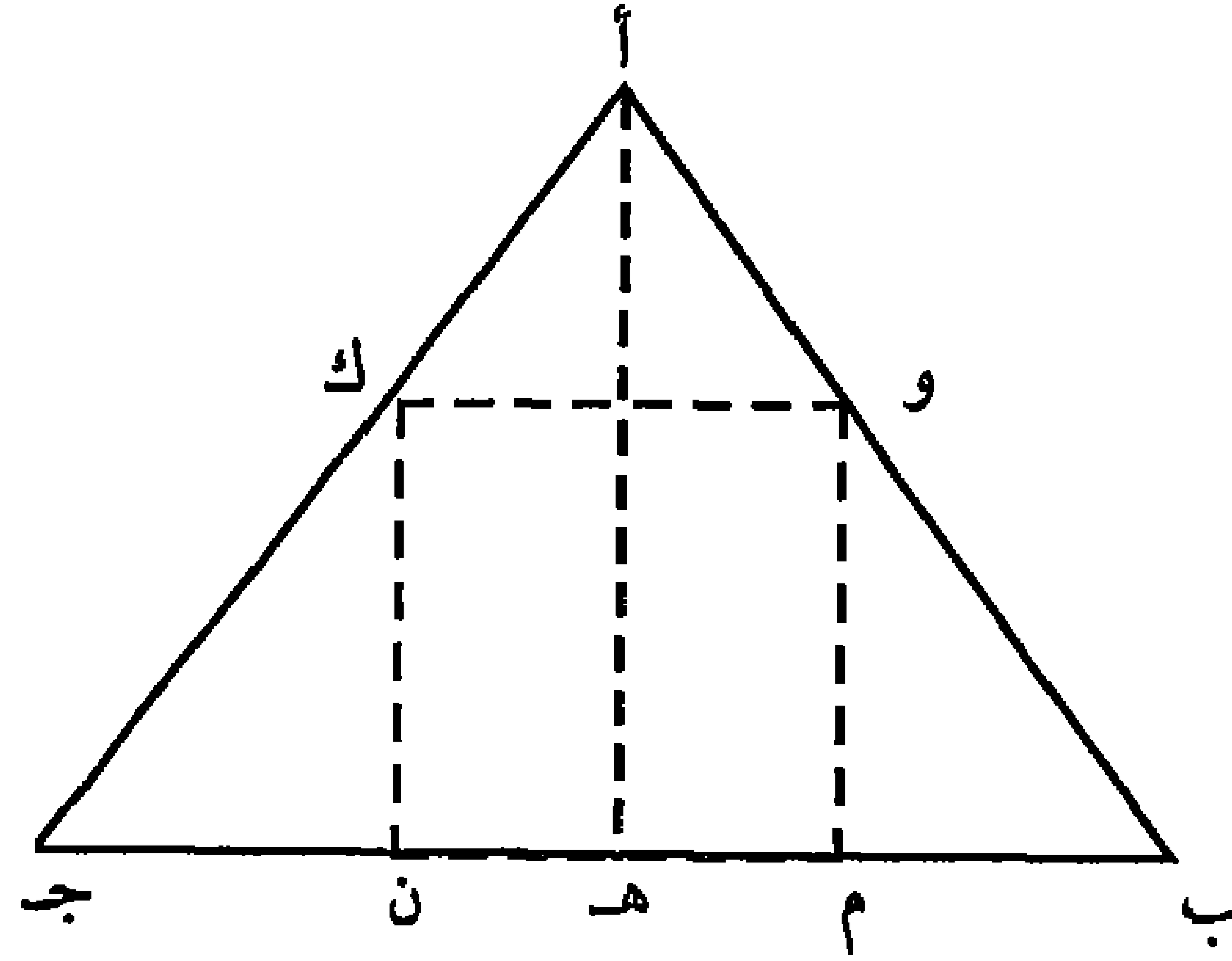
٥ - ٧ - ٤ / عند المسلمين

مثال (١)

الخوارزمي ورسم المربع داخل المثلث

(عرَّف الخوارزمي الوحده المستعلمه في المساحات كما أوجد مساحات بعض السطوح المستقيمة الأضلاع والدائره والقطعة الدائرية وسطح الهرم الثلاثي والرباعي والمخروط والكره واستخدم = ($\frac{٢٢}{٧}$)

إعتبر المثلث أ ب جـ المتساوي الساقين طول قاعدته ١٢ وإرتفاعه ٨ والمطلوب رسم مربع داخل المثلث وإيجاد طول ضلعه .



* أ ب جـ مثلث متساوي الساقين ، أ هـ ⊥ القاعدة ب جـ

* هـ جـ = هـ ب = ٦ وحدات

* بفرض أن طول ضلع المربع ك ن م و = س

هـ م = $\frac{س}{٢}$ ، م ب = ٦ - $\frac{س}{٢}$ ، أ د = ٨ - س

* مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ جـ ك ن + مساحة Δ ب و م + مساحة Δ أ ك و + مساحة المربع م و ك ن .

$$\frac{١}{٢}(١٢ \times ٨) = \frac{١}{٢}\, س\,(٦ - \frac{س}{٢}) + س\,(٦ - \frac{س}{٢})$$

$$+ \frac{١}{٢}\, س\,(٨ - س) + س^{٢}$$

$$\therefore ٤٨ = س\,(٦ - \frac{س^{٢}}{٢}) + \frac{س}{٢}\,(٨ - س) + س^{٢}$$

$$= ٦ س - \frac{س^{٢}}{٢} + ٤ س - \frac{س^{٢}}{٢} + س^{٢}$$

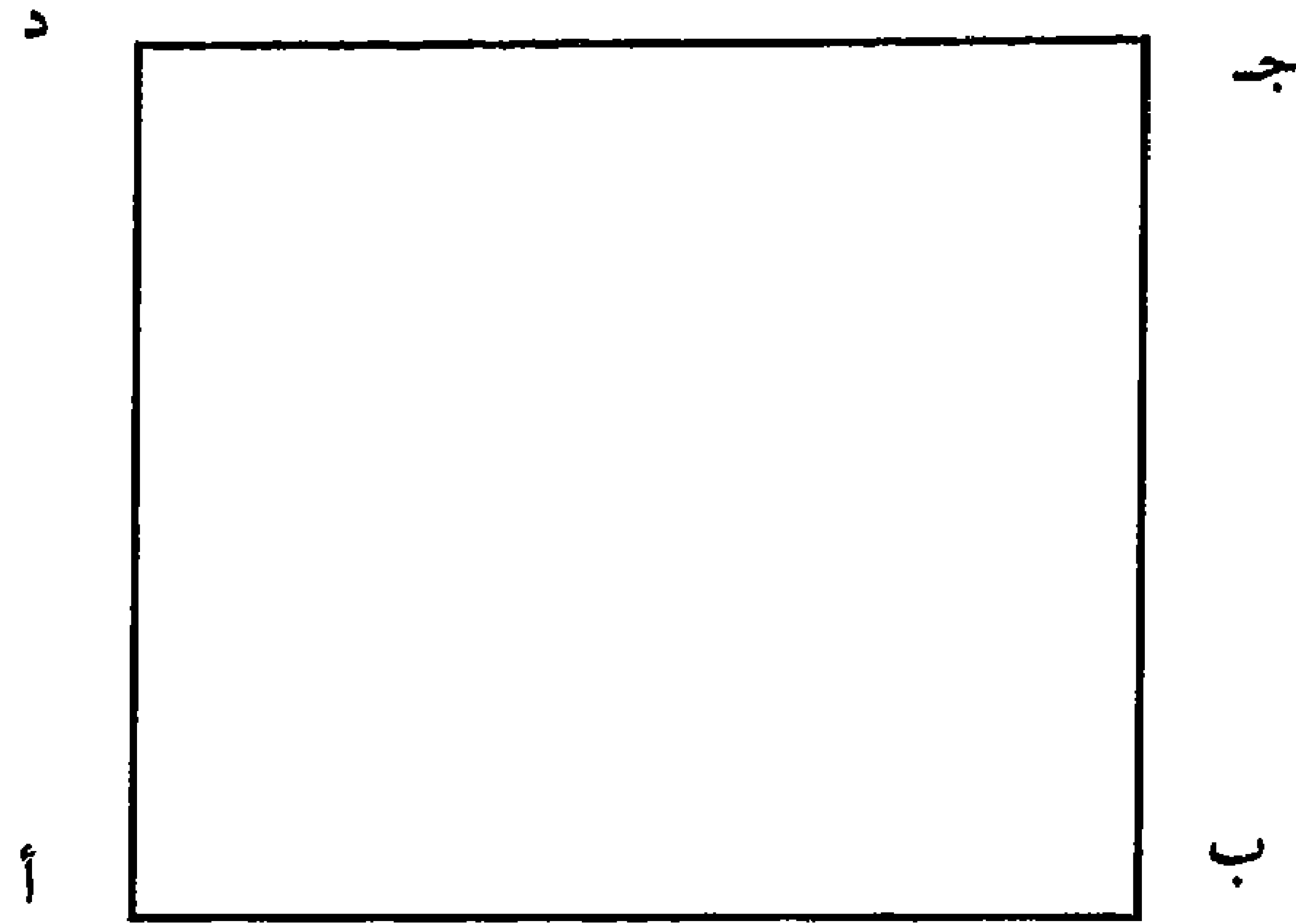
ومنها فإن س = $٤\frac{٤}{٥}$ وحده

أي أن طول ضلع المربع الذي يمكن رسمه داخل المثلث المتساوي الساقين والذي قاعدته = ١٢ وحده وارتفاعه وحده هو $٤\frac{٤}{٥}$ وحده

الخيام وبرهان الموضوعه الخامسة لإقليدس .

«يقول المؤرخ الشهير أورثر جنلمين في كتابه تاريخ الرياضيارت «إن عمر الخيام حاول جهده أن يبرهن للموضوعة الخامسة من موضوعات إقليدس والتي أستعصت على من سبقه من العلماء ولم تبرهن برهانا صحيحا الى يومنا هذا »]

وفي هذا المجال فإنا نورد لك محاولة الخيام



* رسم المستقيم أ ب

* أنزل جـ ب عمودا على أ ب عند نقطه ب

* أنزل د أ عموداً على أ ب عند نقطة أ

* أعطي أ د = ب جـ عملا

* إفترض أن لديه ٣ حالات

١ > ب جـ د = > أ د جـ = زاوية حاده

٢ > ب جـ د = > أدجـ = زاوية منفرجة

٣ > ب جـ د = > أدجـ = زاوية قائمة

الباب السادس

مشاهير علماء المسلمين في الرياضيات

اسم العالم	اسم الشهرة	سنة الميلاد	القرن الميلادي
يعقوب الكندي	الكندي	٧٩٩ م	الثامن
مجمد بن موسى الخوارزمي ثابت بن قرة أبو كامل شجاع ابن اسلم	الخوارزمي أبو كامل المصري	غيرمعروف ٨٣٥م ٨٥٠م	التاسع
محمد بن محد بن يحى ابو الوفا أبو محمد بن الحاسب ابو القاسم سلمه بن أحمد موسى بن شاكر وابناءه ابو الريحان محمد الفلكي الحسن بن الهيثم أبو علي الحسين بن عبد الله	اليوزجاني الكرخي المجريطي بني موسى البيروني إبن الهيثم ابن سينا	٩٤٠ م ٩٥٠م ٩٥٠ م عصر المأمون ٩٦٣ م ٩٦٥ م ٩٨٠ م	العاشر
أبو الفتوح عمر بن ابراهيم الخيام	عمر الخيام	١٠٤٨ م	الحادي عشر
ابو محمد عبد الله بن محمد الحجاج المندلاوي	إبن الياسمين	النصف الأول من القرن	الثاني عشر
محمد بن الحسن ابو جعفر الطوسي	ابن النفيسس	١٢٠١ م	الثالث عشر
على بن ابراهيم بن محمد الانصاري جمشيد بن مسعود الكاش	ابن الشاطرالدمشقي غياث الدين الكاشي	١٣٠٤ م حوالي ١٣٨٠م	الرابع عشر
أبو الحسن على بن محمد البسطي	القلصادي	١٤١٢م	الخامس عشر
محمد بن حسين بن عبد الصمد العاملي	بهاء الدين العاملي	١٥٤٧م	السادس عشر

جدول رقم (٧)

*** الاسم يعقوب الكندي**

*** الشهرة : الكندي**

*** تاريخ الميلاد :١٨٥هـ (٧٩٦م)**

***مكان الميلاد : الكوفة .**

*** نبذة عن حياته :**

الكندي ابن أمير الكوفة ، تلقى تعليمه في البصرة وبرز في الفلسفة والطب والمنطق والرياضيات والفلك ولقد عهد اليه بترجمة كتب ارسطو من قبل الخليفة المأمون وقد كان مهندسا قديرا وطبيبا حاذقا وفيلسوفا عظيما ولم يكن يؤمن بأثر الكواكب على أحوال الناس أي كان إهتمامه بالفلك من الناحية العلميه فقط الف رسائل ومؤلفات قيمه وقد لاحظ الظواهر التي تنشأ عن تغير أوضاع النجوم والكواكب وربط بينها وبين نشأة الحياة على الأرض وله رسائل أخرى عن زرقة السماء والمد والجزر وربط بين فلسفة ارسطو وأفلاطون وكان منهجه الفلسفي منطقي رياضي وله أثره على الفلسفه الإسلامية وله حكمته الشهيرة بأن الإنسان لا يكون فيلسوفا إلا إذا درس الرياضيات مطابقا في ذلك رأي أفلاطون وله أيضامؤلفات في الإيقاع الموسيقي .

وكان جادا في حياته أما مؤلفاته فتزيد على ٢٣٠ كتاب .

.منها اثنا وعشرون في الفلسفه وستة عشر في الحساب واثنا وثلاثون في الهندسه واثنا وعشرون في الطب واثنا عشر في الطبيعيات وسبعة في الموسيقي وخمسة في علم النفس وتسعة في المنطق .

كما أن له الكثير من الرسائل في الأدويه المركبه والمدو الجزروالآلات الفلكيه وعلم المعادن والجواهر .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلسفه - الطب - المنطق - الرياضيات - الفلك - الموسيقى -علم النفس .

* **إنتاجه الرياضي** : له أحد عشر كتاب في الحساب .

إثنان وثلاثون كتاب في الهندسة .

* **وفاته** : ٢٥٣ هـ ٨٧٣ م .

***الاسم : محمد بن موسى الخوارزمي**

*** الشهرة : الخوارزمي**

*** تاريخ الميلاد : لم يعرف تاريخ ميلاده .**

*** مكان الميلاد : خوارزم**

*** نبذة عن حياته :**

الخوارزمي ظهر في عصر المأمون وكان له منصب في بيت الحكمة وهو عالم رياضيات وفلك فقد أسس علم الجبر وله الفضل الكبير في ذلك حيث بقي كتابه الجبر والمقابلة مرجعا لكثير من العلماء لعدة قرون وقد ترجم الكتاب عدة مرات وللغات مختلفة وله الفضل ايضا في نقل الأرقام الهندية وتهذيبها وتنظيمها عن طريق كتبه وهو أول من ألف كتابا في الحساب وكان الاول من نوعه وله عدة بحوث في الفلك وقد وضع « زيجا » باسم « السند هند الصغير » وقد جمع فيه بين مذاهب الهند والفرس وبطليموس .

والخوارزمي من الذين جددوا جغرافية بطليموس وله مؤلفات أخرى في التاريخ وكتاب شمل على خلاصة دراسته في الحساب والهندسة والموسيقى والفلك .

لكن شهرة الخوارزمي كانت أكثر وأكثر كعالم رياضيات في فروع الجبر والحساب والفلك وودع حياته في بغداد بعد أن ترك الكثير من المؤلفات والكتب القيمة .

* **العلوم التي برع فيها** : الرياضيات - الفلك - الجغرافيا - التاريخ - الموسيقى .

* **انتاجه الرياضي** : اكتشاف علم الجبر - كتاب الجبر والمقابلة - كتاب في الحساب بعنوان كتاب الحساب المبسط والذي ترجم الى عدة لغات - بحوث في حساب المثلثات - كتاب آخر جمع الحساب والهندسة

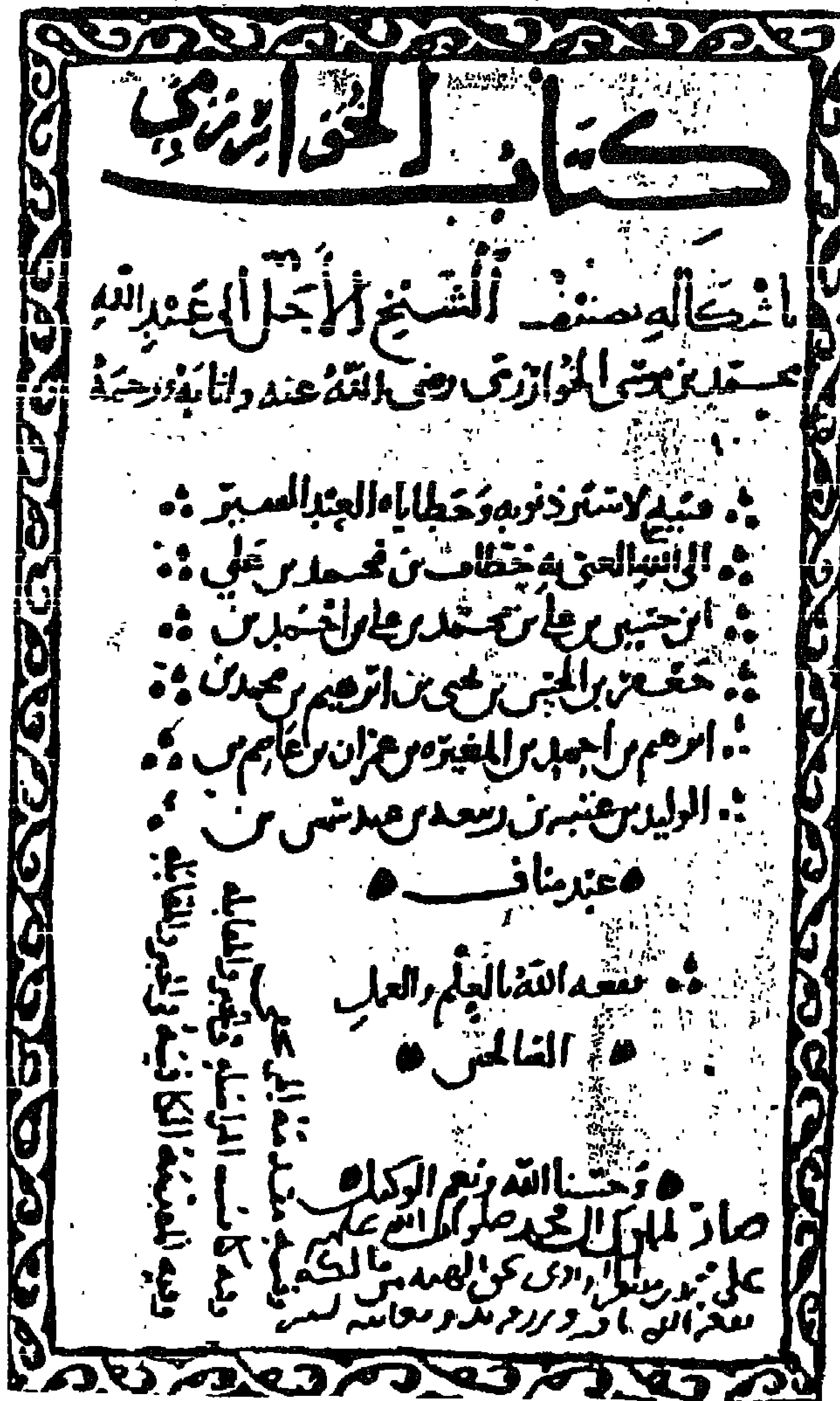
* **وفاته :٢٣٢** هـ (٨٥٠ م) .



الخوارزمي

عالم الرياضيات الإسلامي المشهور

١٦٠ هـ - ٢٣٢ هـ


كتاب الخوارزمي

مما صنفه الشيخ الأجل أبو عبد الله
محمد بن موسى الخوارزمي رضي الله عنه وأثابه برحمته

فيه لاستغفر ذنوبه وخطاياه العبد الفقير
إلى الله الغني به خطاب بن محمد بن علي
ابن حسين بن علي بن محمد بن علي بن أحمد بن
جعفر بن الحسن بن علي بن إبراهيم بن محمد بن
إبراهيم بن أحمد بن المغيرة بن غزوان بن عاصم بن
الوليد بن عتبة بن ربيعة بن عبد شمس بن
عبد مناف

نفعه الله بالعلم والعمل
الصالحين

وحسبنا الله ونعم الوكيل

غلاف كتاب الخوارزمي

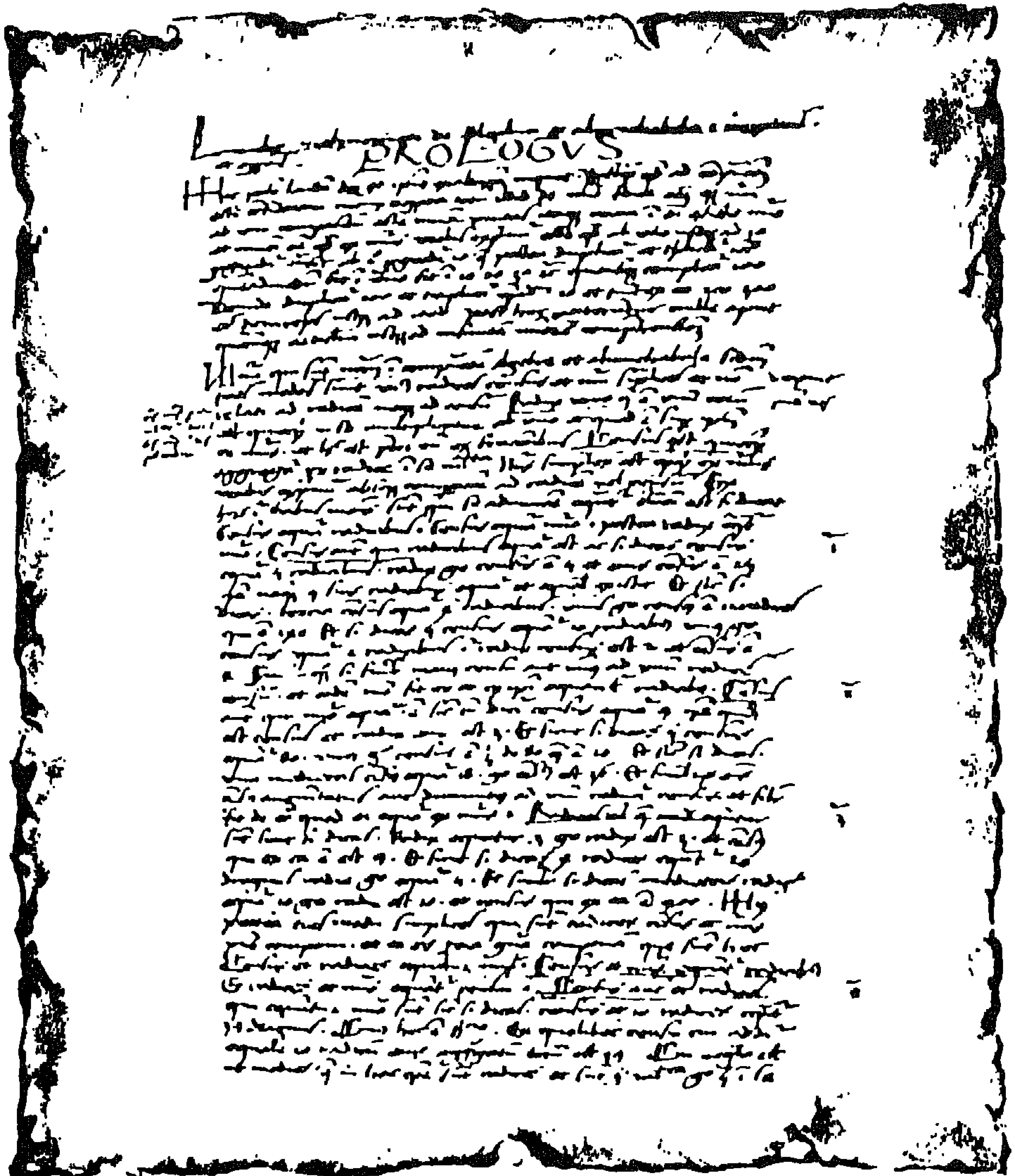
(الجبر والمقابلة)

بسم الله الرحمن الرحيم
هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمي افتتحه بأن قال
الحمد لله على نعمه بما هو أهله من محامده التي بأداء ما افترض منها على من يعبده
من خلقه يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد ويؤمن من الغير إقرارا بربوبيته
وتذللا لعزته وخشوعا لعظمته بعث محمدا صلى الله عليه وسلم على الرسالة
بالنبوة على حين فترة من الرسل وتنكر من الحق ودروس من الهدى فبصر به من العمى
واستنقذ به من الهلكة وكثر به بعد القلة وألف به بعد الشتات تبارك
الله ربنا وتعالى جده وتقدست أسماؤه ولا إله غيره وصلى الله على محمد النبي وآله
وسلم ولم تزل العلماء في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب
مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة نظرا لمن بعدهم واحتسابا
للأجر بقدر الطاقة ورجاء أن يلحقهم من أجر ذلك وذخره وذكره ويبقى لهم
من لسان الصدق ما يصغر في جنبه كثير مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه
على أنفسهم من المشقة في كشف أسرار العلم وغامضه إما رجل سبق إلى ما
لم يكن مستخرجا قبله فورثه من بعده وإما رجل شرح مما أبقى الأولون
ما كان مستغلقا فأوضح طريقه وسهل مسلكه وقرب مأخذه وإما رجل
وجد في بعض الكتب خللا فلم شعثه وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير راد
عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه وقد شجعني ما فضل الله به الإمام
المأمون أمير المؤمنين مع الخلافة التي حاز له إرثها وأكرمه بلباسها وحلاه
بزينتها من الرغبة في الأدب وتقريب أهله وإدنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته
إياهم على إيضاح ما كان مستبهما وتسهيل ما كان مستوعرا على أن ألفت من
حساب الجبر والمقابلة كتابا مختصرا حاصرا للطيف الحساب وجليله
لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم وأحكامهم
وتجاراتهم وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكري الأنهار

من كتاب الخوارزمي

الجبر والمقابلة

(المقدمة)


PROLOGVS

ترجمة مخطوطة محمد بن موسى الخوارزمي من اللغة العربية الى اللاتينية بواسطة العالم الرياضي الأوربي جرارد قرمونة (Garade Of Car-mon) وذلك في القرن الثاني عشر الميلادي وعرف اسمه باللاتيني :

" Lidus Algebra et elmroqrabala"

*** الإسم : ثابت بن قرة**

*** تاريخ الميلاد : ٢٢١ هـ (٨٣٥م)**

*** نبذه عن حياته :**

ولد ثابت في حران وعرف بأبي الحسن عمل صيرفيا في حران ثم انتقل الى بغداد واشتغل بعلوم الأوائل فمهد وبرع فيها التقى بالخوارزمي وأعجب به وأخذه معه الى المعتضد في بغداد فدخل مع جملة المنجمين .

اشتهر ثابت بن قرة ببراعته في اللغويات حيث كان من أعظم المترجمين في عصره فعهد اليه بترجمة كتاب الأصول لأقليدس وبعض الكتب الإفريقية فظهر نبوغه في الرياضيات بعد اشتغاله بهذه الترجمات وأضاف إضافات علمية رياضية متميزة على كتاب الأصول لإقليدس حتى أن الأوربيين أعادوا ترجمة النسخة العربية والتي قام بترجمتها من الكتاب الى اللاتينية في عصر إحياء العلوم .

***العلوم التي برع فيها** : الرياضيات - الفلك - الموسيقى - الطب - الصيدلة .

***إنتاجه الرياضي** : العديد من الكتب الرياضية - علاقة الجبر بالهندسة (بداية الهندسة التحليلية) . (إعداد) - الأصول في الهندسة لأقليدس

(ترجمة) - في المخروط المكافئ (إعداد) - في مساحة الأشكال وسائر البسط والأشكال المجمسة (إعداد) - في المسائل الهندسية (إعداد) - في حساب المثلثات (إعداد) - المدخل لأقليدس (ترجمة) - كتاب كبير في المجسطيو وهو من أعظم كتبه (إعداد) .

***وفاته** : توفي في بغداد سنة ٢٨٨ هـ (٩٣٠م) .



(ثابت بن قرة)

مخطوطة لبرهان نظرية فيثاغورث بعد أن أدخل ثابت بن قرة

٨٩٠ م عليها تعديلات جوهرية .

*** الإسم : أبو كامل شجاع بن أسلم محمد بن شجاع المحاسب .**

*** الشهرة : أبو كامل ، المحاسب المصري ، المهندس المصري .**

*** تاريخ الميلاد : ٢٥٨ هـ (٨٥٠ م) .**

*** مكان الميلاد : مصر .**

*** نبذة عن حياته :**

أبو كامل عالم ومهندس مصري ظهر في القرن الثالث الهجري وقد كان أفضل العلماء في وقته وأعلمهم في زمانه وله الكثير من التلاميذ تخرجوا بعلمه وشرحه لكتاب الخوارزمي في الجبر وقد أضاف إليه إضافات قيمه وألف كتاباً آخر في الجبر والمقابلة للرد على المحترف المعروف بأبي برده كذلك يعترف أبو كامل أن الخوارزمي هو الأسبق في هذا المجال ولكن الخوارزمي ترك مسائل دون شرح وإيضاح وهو مادعاه الى تأليف كتاب الجبر والمقابله والذي شرح فيه ما تركه الخوارزمي .

وقد اشتملت مؤلفاته على مسائل كثيرة وأضاف اليه الكثير من المسائل الهامةمحلولة بطرق مبتكرة .

واشتهرت رسالته في المخمس والمعشر وكذلك كتابه في الجبر والحساب حيث كان المرجع الذي يعتمد عليه علماء القرن الثالث عشر .

لقد ترجم كثير من كتبه الى اللغة اللاتينية واللغات الأجنبية واستفاد منها العلماء الأوربيون الذين عاشوا في القرون التالية ولقد اشتهر أبو كامل باسم المحاسب المصري والمهندس المصري وتوفي بعد أن عاش ثمانين عاما . ترك أكثر من اثني عشر كتاباً في الجبر والحساب والهندسة .

* **العلوم التي برع فيها** : الرياضيات إذا كانت هي مجال اختصاصه ولاسيما الهندسة .

* **إنتاجه الرياضي** : كتاب الجمع والتفريق« يبحث في أصول حل المسائل الحسابية » - كتاب كمال الجبر وتمامه والزياده في اصوله - كتاب الوصايا بالجذور - كتاب الخطأ ين - كتاب الطير - كتاب العصير - كتاب الفلاح - كتاب الكفاية - كتاب المساحة والهندسة - كتاب مفتاح الفلاح .

وكلها في فروع المعرفة الرياضية المختلفة .

* **وفاته** : ٣٤٠ هـ (٩٣٠م) في مصر .

*** الاسم : محمدبن محمد بن يحى بن اسماعيل**

بن العباسي أبو الوفا البوزجاني

*** الشهرة : البوزجاني .**

*** تاريخ الميلاد : ٣٢٨ هـ (٩٤٠ م) .**

*** مكان الميلاد : بوزجان .**

*** نبذه عن حياته :**

البوزجاني ولد في بوزجان وانتقل الى بغداد بعد ما بلغ العشرين من عمره وفي بغداد بدأ بتأليف كتبه وشرحه لمؤلفات اقليدس وديوفنطس والخوارزمي يعتبر البوزجاني من أئمة العلوم الفلكية والرياضية ولقد اشتهر في الهندسة ووضع اساسيات في علاقة الهندسة بالجبر ومهد لتقدم الهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل وكان من السابقين في حساب المثلثات ووضع الجداول الرياضيه للمماس وابتكر طريقه جديده لحساب جداول الجيوب . وكذلك له كتب في الرسم الهندسي وله مؤلفات كثيرة منهاكتاب يفسر فيه ويوضح كتاب الخوارزمي في الجبر والمقابله ويعد البوزجاني من العلماء العرب الذي أثروا في تقدم علم الفلك والمثلثات وأصول الرسم وتوفي البوزجاني في بغداد بعد أن امضى حياته في التأليف والرصد .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلك - الرياضيات .

* **انتاجه الرياضي** : وضع أساسيات لعلاقة الهندسة بالجبر - مهد لتقدم الهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل - وكان الأسبق في حساب المثلثات - أدخل القاطع والقاطع التام - وضع الجداول الرياضية للمماس - ابتكر طريقه لحساب الجيب - وله كتب في الرسم الهندسي - و في شرح كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي .

* **وفاته** : ٣٨٨هـ (٩٩٨ م) في بغداد .

***الإسم :أبو محمد بن الحاسب الكرخي .**

*** الشهرة :الكرخي .**

*** تاريخ الميلاد :منتصف القرن العاشر الميلادي**

*** مكان الميلاد :بغداد .**

*** نبذة عن حياته :**

الكرخي العالم الرياضي الذي أنتج في الحساب والجبر ،وقد كان أسلوبه في علم الجبر والمقابلة هو الطريقة التحليلية ،وقد أبدع الكرخي في الجبر حتى إن مسائله لا يزال لها دور في الرياضيات الحديثة .نظرياته الجبرية تدل على عمق وأصالة تفكيره . وللكرخي الكثير من المؤلفات ولكن للأسف ضاع معظم انتاجه العلمي وما بقي إلا القليل من مؤلفاته فلقد كانت مؤلفات الكرخي شاملة لم يترك موضوعا في علم الحساب والجبر الا طوره وعالجه بأسلوب سهل وشرح معظم النقاط الغامضة في كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي .

ويقول علماء التاريخ أنه يجب تصحيح التاريخ العلمي وذلك لإضافة انجازات العرب والمسلمين وعلى رأسهم الخوارزمي والخيام والكرخي والطوسي حتى يعرف شباب العالم العربي مكانة أمتهم في تاريخ العلم .

* **العلوم التي برع فيها :** الرياضيات .

* **إنتاجه الرياضي :** كتاب الفخري في الحساب – كتاب حول حفر الآبار – كتاب الكافي – كتاب البديع – رسالة في بعض النظريات في الحساب والجبر – رسالة في النسب – رسالة في استخراج الجذور الصماء وضربها وقسمتها – رسالة في برهان النظريات التي تتعلق بإيجاد مجموع مربعات ومكعبات الأعداد الطبيعية – رسالة في الحالات الست في الجبر التي وردت في كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي – رسالة حسب فيها مساحات بعض السطوح .

* **وفاته :** ٤٣١ هـ (١٠٢٠م) في بغداد .

*** الاسم : أبو القاسم سلمة بن أحمد .**

*** الشهره : المجريطي .**

*** تاريخ الميلاد : ٣٨٨ هـ - ٩٥٠ م .**

*** مكان الميلاد : مدريد (الأندلس) .**

*** نبذة عن حياته :**

المجريطي أحد العلماء الأندلسيين ويعتبر إمام الرياضيين فيها في هذا الوقت والى جانب شهرته في الرياضيات فقد اشتهر ايضا في علم الفلك وله مؤلفات قيمة في الحساب والهندسة والحساب التجاري و رسالة وشروح على كتاب بطليموس و كتابان في الكيماء والسيميا ويعتبر أحد كتبه من أهم المصادر التي يعتمد عليها في تاريخ الكيماء وقد اعتمد عليه ابن خلدون في بعض موضوعات مقدمته واعتنى المجريطي بتتبع تاريخ الحضارات القديمة واكتشافاتها وجهودها في تقدم العمران والحضارة وللمجريطي بحوث في علم الفلك والرياضيات والكيمياء وعلم الحيل والتاريخ الطبيعي وأبحاث أخرى وقد اختصر تاريخ التباني في كتاب من إعداده كمانسب اليه بعض رسائل اخوان الصفا وله تلاميذ كثيرون منهم الغرناطي وابن الصفار والزهراوي والكرماني وابن خلدون وقد توفى المجريطي بعد سبعة وخمسين عاماً من الجهدوالاجتهاد .

* **العلوم التي برع فيها** :الفلك - الرياضيات - الكيمياء- السيمياء - التاريخ الطبيعي - الحيل .

* **إنتاجه الرياضي** :له مؤلفات كثيرة في الحساب والهندسة - الحساب التجاري .

* **وفاته** : ٤٤٥ هـ (١٠٠٧ م) في الأندلس .

***الاسم : موسى بن شاكر وأبناؤه محمد وأحمد وحسن .**

*** الشهرة : بنو موسى .**

*** تاريخ الميلاد : في عصر المأمون .**

*** مكان الميلاد : بغداد .**

*** نبذة عن حياتهم :**

موسى بن شاكر ظهر في عصر المأمون نبغ هو وأبنائه الثلاثه محمد وأحمد وحسن في الرياضيات . وخاصة في الهندسة والفلك والفلسفة ولبني موسى عدة كتب منها كتاب في الحيل وكتاب في مراكز الثقل وكتاب في الآلات . كذلك اهتموا بترجمة الكتب اليونانية الى العربية وقد سافر أحدهم الى اليونان للحصول على مخطوطات في الرياضيات والفلك .

في الرياضيات استعملوا طريقة لإنشاء الشكل الإهليلجي وقانون هيرون لتقدير مساحة المثلث وألفوا في موضوعات مختلفة من الهندسة في الميل والمساحة والمخروطات والأشكال الهندسية ومنها الدائرة والمستطيل .

أما في الفلك فقد عزي اليهم القول بالجاذبية العمومية بين الأجرام السماوية وقدروا محيط الأرض بناء على تكليف المأمون بحوالي أربعة وعشرين الف ميل ويعتبر هذا العمل من الأعمال العلمية المجيدة ،كذلك

قاموا ببناء مرصد على جسر بغداد . ولقد اعترف البيروني بمهارتهم في الرصد ولهم كتب في حركة الفلك الأول وفي أولية العالم وفي الآلات الحربية وقد ترجمت معظم كتبهم الى اللاتينية :

* **العلوم التي برعوا فيها** : الرياضيات – الفلك – الفلسفة .

* **إنتاجهم الرياضي** :استعملوا منحنى خاصا في تقسيم الزاوية الى ثلاثة أقسام متساوية وإستخدموا الطريقة المعروفة في إنشاء الشكل الاهليلجي كما استخدموا قانون هيرون لتقدير مساحة المثلث – ولهم كتب في المساحة – وفي الهندسة والحيل الرياضية والمخروطات – وكتاب في الأشكال الهندسية – وكتاب خاص بالشكل المدور والمستطيل .

*** الاسم : أبو الريحان محمد بن أحمد الفلكي .**

*** الشهرة : البيروني .**

*** تاريخ الميلاد : ٣٥١ هـ (٩٦٣ م) .**

***مكان الميلاد : ضاحية من ضواحي خوارزم .**

*** نبذة عن حياته :**

البيروني هو ثالث الثلاثة الذين ساهموا في ازدهار الحضارة العربية الإسلامية فقد درس الفلك والرياضيات والطب ولم يقنع بهذا وانما درس الآداب والتقاويم والتاريخ أيضا قام بتدوين أرقام الأمم الشرقية الهندية خاصة وكان بينه وبين ابن سينا مراسلات ودراسات أثمرت عن أول كتبه وهو الآثار الباقية من القرون الخالية وذهب البيروني الى الهند بعد دخولها الاسلام ودرس فيها العلوم اليونانية والثقافة الهندية أثمرت عنها كتاباً كبيراً في تاريخ الهند وبعد ذلك عاد الى البلاط الغزنوي وقد أخرج في عام واحد رسالة في الفلك وأخرى في الهندسة والحساب والتنجيم وله كتاب في المادة الطبيعية وآخر في الجواهر ورساله في المعادن وكانت معظم مؤلفاته باللغة العربية وله ايضا كتب باللغة الفارسية ويعتبر كتابه « القانون المسعودي » من أضخم مؤلفاته و يشمل ١٤٢ بابا - ويختص في الفلك المبني على البحث والتجربة الشخصيه وتبلغ كتبه ورسائله ١٨٠ما بين مطبوع ومخطوط ومفقود وموجود

ويعتبر البيروني من أعظم علماء عصره في الرياضيات فله عدة نظريات في الحساب والهندسة وتتميز كتب البيروني نفسه بروحه العلميه وتسامحه واخلاصه للحقيقة والالتزام بأن يكون للإنسان فلسفه علميه في الحياة وللبيروني كتب ورسائل في الطب والتاريخ والفلك والظواهر الجوية والآلات الفلكية والمذنبات .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلك : الرياضيات - الطب - الآداب - التاريخ

* **إنتاجه الرياضي** : رسائل في الهندسة والحساب والتنجيم - كتاب التفهيم لأوائل صناعة التنجيم - بحث في تقسيم الزاوايا الى ثلاثة أقسام متساوية - عرف قانون تناسب الجيوب - وضع جداول رياضية للجيب والظل - وضع أصول الرسم في سطح الكرة وقاعدة البيروني لحساب نصف قطر الأرض .

* **وفاته** : ٤٤٠هـ (١٠٤٨م) .

*** الاسم : الحسن بن الهيثم .**

*** الشهرة : ابن الهيثم .**

*** تاريخ الميلاد : ٣٥٤ هـ ـ ٩٦٥ م .**

*** مكان الميلاد : البصرة .**

*** نبذه عن حياته :**

ابن الهيثم العالم الذي بلغت على يديه الحضارة الاسلامية قمة الإنتاج العلمي هو وابن سينا والبيروني كما يؤكد علماء التاريخ يعتبر إبن الهيثم في مقدمة علماء الطبيعة على مدار الأجيال والعصور وهو عالم من البصرة انتقل الى القاهرة حيث بدأ في قراءة إنتاج من سبقه من العلماء بامعان وتدقيق ودراسة وقد لخص وشرح معظمها . وألف بعد ذلك كتبه حيث بلغت ثلاثاً وأربعين كتابا في الفلسفة والطبيعة أما العلوم الرياضية والتعليمية فقد بلغت خمسةً وعشرين كتاباً وفي الهندسة واحداً وعشرين كتاب وفي الفلك سبعة عشر كتاب وفي الحساب ثلاثة كتب . و ليس هذا كل انتاجه فقد ضاع منه الكثير ولابن الهيثم الفضل في إبطال علم المناظر الذي وضعه اليونان وإنشاء علم الضوء الحديث وقد تميزت كتبه بالتحليل والموازنة وتوافر فيها التفكير العلمي الذي يدل على نضج الفكر وعمقه وقد عرف ابن الهيثم في الغرب باسم الخازن ليس هذا كل ما يذكر عنه وإنما كان ذا خلق كريم متواضعاً زاهدا

ومحبا للخير ويقدر العلماء وقد أحب ان يعمل لنيل مصر ليحفظ ماءه وعندما علم بذلك الحاكم بأمر الله أرسل اليه وجعله على رأس بعثة هندسية لتتبع مجرى النيل وهنا لم تتفق فكرته الهندسية مع ماراّه فاعتذر للحاكم وهو في أشد حالات الخجل .

ولقد كان ابن الهيثم زاهدا في المال السطان وكان كل همه عمله وعلمه وقد رفض أي أجر على تعليم الأمير وله رسائل في الحساب والجبر وحساب المثلثات والهندسه المستوية والمجسمة فهو يعد ذو مكانة عالية في الرياضيات البحتة .

وأقام ابن الهيثم في القاهرة الى أن فارق الحياة .

* **العلوم التي برع بها** : الطبيعة - الفلسفة - الطب - الفلك - الرياضيات - علم النفس - الآداب .

* **إنتاجه الرياضي** : خمسة وعشرون كتابا في العلوم الرياضية - واحد وعشرون كتابا في الهندسة - ثلاثة كتب في الحساب - وكانت له رسائل في الحساب والجبر وحساب المثلثات والهندسة والاقليدية المستوية والمجسمة

* **وفاته** : ٤٣٠ هـ (١٠٣٨ م) في القاهرة .

*** الاسم : أبو علي الحسين بن عبد الله بن سينا .**

*** الشهرة : ابن سينا .**

*** تاريخ الميلاد : ٣٧١ - ٩٨٠ م .**

*** مكان الميلاد : بخارى .**

*** نبذه عن حياته :**

ابن سينا رائد من رواد الفكر الانساني جاءت ولادته في أزهى العصور وهوعصر الحضارة العلميه الإسلاميه درس الإلاهيات والطبيعيات وإشتهر في عدة علوم بدأ بتصنيف الكتب في سن الحادية والعشرين وكان في ذلك الحين يعالج المرضى مجانا وإشتهر لذلك بلقب الشيخ الرئيس . وقد تميزت كتب ابن سينا « بالسلامه في العرض والسلاسة في الاسلوب والوضوح في البيان والدقه العلميه التي تثير في نفس القارئ التقدير والإعجاب لعبقرية هذا العالم » لهذا يعتبر انتاج ابن سينا من الكتب انتاجا ضخما حيث بلغت كتبه ستة وسبعين ومائتين ولم يكتبها في دولة واحدة ، ذلك أنه كان يحرر رسائله في أثناء رحلاته واسفاره رغم مصاعب السفر ، وكان من أوائل المترجمين العرب فلقد ترجم عدة كتب في مختلف العلوم بعثت الإعجاب في العلماء الأوربيين فأعادوا ترجمة هذه الكتب الى اللاتينية كما ترجمت الى سائر اللغات مرة أخرى وكانت مرجعا مهما لعدة قرون وله أيضا أعمال علمية كثيرة منها في

تكوين الجبال وسرعة الصوت والضوء والسحب ، وكتب أخرى عن النبات والحيوان .

ويعد ابن سينا الطبيب أحد الثلاثة الذين تصدروا القمة بين الأطباء العرب ولا يسعنا في هذا المجال الاعتراف بفضل هذا العالم العبقري على الإنسانية .

* **العلوم التي برع فيها** : الطب - الفلسفة - الرياضيات - الفلك .

***أهم إنتاجه الرياضي** : رسالته في مختصر اقليدس في الهندسة .

* **وفاته** :٤٢٨ هـ (١٠٣٦م) في حمدان .

*الاسم :ابو الفتح عمر بن إبراهيم الخيام النيسابوري .

* الشهرة : عمر الخيام .

* تاريخ الميلاد : ٤٤٠ هـ - ١٠٤٨م .

نبذة عن حياته :

عمر الخيام احترف صناعة وبيع الخيام في صغره لذلك لقب بالخيام . تنقل كثيرا لطلب العلم والمعرفه واشتهر في عدة علوم منها الفلك والرياضيات والتاريخ واشتهر كذلك بقصائده الرباعيات فقد كان شاعرا كبيراً إلى جانب براعته في الرياضيات وفي الجبر خاصة ولقد تأثر كثيرا بالخوارزمي حيث أبدع في حل المعادلات من الدرجة الثانية وبذل الكثير من المحاولات لحل معادلات من الدرجه الثالثه والرابعه وقد ابتكر عدة نظريات ويرجع له الفضل في إحدى المستصعبات والتي كانت بداية التحليل الرياضي عند فرمات وقد تخصص في دراسة علم الجبر حيث استخدم المعادلات الجبريه في حل مسائل في علم حساب المثلثات أما في الفلك فقد حسب طول السنة الشمسيه ودرس توازن السوائل وأبدع في الشرح والتعليق على آراء من سبقوه في هذا الموضوع وبجانب اهتمامه بالجبر اهتم ايضا بالهندسه فدرس هندسة اقليدس وحاول برهنة الموضوعه الخامسه من موضوعات اقليدس وحل معادلات من الدرجة الرابعة بطرق هندسية وتحليلية ويعد الخيام من مؤسسي مدرسة علم الجبر بعد الخوارزمي وذلك لما يميز منهجه من دقة وأصالة وذلك لتفننه في حل المعادلات الجبرية والحصول على الجذور التربيعية والتكعيبية

بطرق رياضية بحتة وذاعت شهرة الخيام بعد أن عاد له حقه في النظرية التي نسبت الى « فرما ت» ظلما ولكن العالم الألماني «روبيك» ترجم كتاب عمر الخيام في علم الجبر وأظهر الحقيقه وذلك عام ١٨٥١م وقد كان لعمر الخيام مؤلفات كثيرة تركها كمرجع في الرياضيات والفلك والتاريخ .

وقد رشحه علماء التاريخ ضمن أعظم علماء الرياضيات في العالم كله وعلى مدار العصور مع العالم الرياضي العظيم الخوارزمي .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلك - الرياضيات - التاريخ - الأدب .

* **إنتاجه الرياضي** : حل معادلات من الدرجة الثانية - ابتكر نظرية ذات الحدين المرفوعة الى أس أي عدد موجب صحيح - عالج المعادلات التكعيبية - استخرج الجذور لأي درجة - حل مسائل في علم حساب المثلثات .

أما كتبه في الرياضيات فهي : - الرباعيات- ميزان الحكمة - مقدمة في المسافة - رسالة في البراهين على مسائل في الجبر والمقابلة - رسالة في حل المسائل التكعيبية - رسالة في شرح ماشكل من كتاب اقليدس - رساله تبحث في النسب -- كتاب مشكلات الحساب - رسالة عن المصادرة الخامسة من مصادرات اقليدس - رسالة الميزان الجبري - رسالة المقنع في الحساب الهندسي -رساله في المعادلات ذات الدرجة الثالثة والرابعة .

* **وفاته** : ٥٢٥هـ(١١٣١م) .

*** الاسم : أبو محمد عبد الله بن محمد بن الحجاج الأدريني العندلاوي**

*** الشهرة : بن الياسمين (الياسميني)**

*** تاريخ الميلاد : القرن الثاني عشر الميلادي**

***مكان الميلاد : مدينة فاس بالمغرب .**

نبذة عن حياته : برع في علوم الهيئة والمنطق والتنجيم والعلوم الرياضية من حساب وعدد وهندسة ومساحة وجبر ومنطق ومقابلة كما كان أديبا بليغا وشاعرا مجيدا ومن ثم فقد تجمعت لديه إمكانية صوغ العلم الرياضي في منظومات سلسلة التركيب دقيقة المعاني عالية القدر ولذا فقد انتشرت أراجيزه ومنظوماته وتعدد شرحها وشارحوها والتعليقات عليها .

انخرط في خدمة رجالات السلطان بالمغرب وأغلب الظن أنه كان يعقوب المنصور بن عبد المؤمن بن علي من دولة الموحدين ومن بعده ولده محمد الناصر وقد أكسبته خدمة السلطان منزلة رفيعة وأبلغته موهبته الى رئاسة أهل الرياضيات في عصره .

له قصائد مكتوبة باللغة اللاتينية تكاد تكون ترجمة حرفية لما جاء في الارجوزة الياسمينية في أعمال الجبر والمقابلة ويرجع تاريخ إحداها الى منتصف القرن الخامس عشر الميلادي .

***العلوم التي برع فيها** : العلوم الرياضية - علوم الهيئة - المنطق - التنجيم .

* **إنتاجه الرياضي** : الأرجوزة الياسمينية في علم الجبر والمقابلة -الأرجوزة الياسمينية في أعمال الجذور - منظومة في الكفات - كتاب تنقيح الأفكار في العلم برسوم الغبار .

* **وفاته** : ٦٠١ هـ (١٢٠٥م) .

*الاسم :محمد بن الحسن أبو جعفر نصير الدين الطوسي .

* الشهره :ابن النفيس .

* تاريخ الميلاد :٥٩٧ هـ (١٢٠١م) .

* مكان الميلاد :بغداد .

* نبذة عن حياته :

ابن النفيس عالم من بغداد عاصر آخر الخلفاء العباسيين «المستعصم» وقد اشتهر بالرياضيات والفلك و أسند اليه ادارة مرصد المراوغة الذي يمتاز بآلاته الفلكية الدقيقة وأرصاده الممتازة ومكتبته الفخمة وكان ابن النفيس العلامه في علم الرياضيات كما يطلق عليه علماء التاريخ يجيد اللغة اللاتينية والفارسية والتركية بجانب اللغة العربية مما جعله واسع الاطلاع ، فقد كان له الفضل في تعريف الأعداد الصم وحل المعادلات الصماء حيث يعتبره البعض المبتكر الأول للأعداد الصماء ولكنه في الواقع طورها بعد الخوارزمي وقد نبغ في حساب المثلثات والهندسة وترجم كتاب اقليدس الى العربيه و شرح موضوعات اقليدس في كتاب تحرير اصول اقليدس .

أما في الفلك فله نظريات عديدة تخص الأجرام السماوية وحركاتها والمسافات بينها وبين الأرض وكذلك تحليل العوامل التي تؤدي الى ظهور قوس قزح كما أن انتقاده لمجسطي بطليموس مهد للإصلاحات التي قام بها

الفلكيون من بعده وكذلك استطاع التفريق بين علم حساب المثلثات وعلم الفلك و طور في علم حساب المثلثات كثيرا ودرس العلاقة بين المنطق والرياضيات ولقب باسم المحقق « لأنه كان الرياضي المنطقي البارع» .كما نبغ في علوم البصريات ومعالجة قضايا المتوازيات في الهندسة ودرس كتب ابن الهيثم وعلق عليها ونقلت مؤلفاته وترجمت لتدرس في معظم جامعات العالم ويعد ابن النفيس أول من دعا الى عقد مؤتمر علمي ولذلك فإن له أثرا لا ينسى في تاريخ العلم عند العرب والمسلمين .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلك - الرياضيات - الجغرافيا - الطبيعيات - المنطق - التنجيم .

* **إنتاجه الرياضي** : مقالة في القطاع الكروي - مقالة في القطاع الكروي والنسب الواقعة عليه- مقالة عن قياس الدوائر العظمى - كتاب تحرير اقليدس- الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية - كتاب الأصول - رسالة في الموضوعة الخامسة لإقليدس- كتاب المعطيات لأقليدس - كتاب الجبر والمقابلة - كتاب أرشميدس في تكسير الدائرة - كتاب الجامع في الحساب - رسالة في المثلثات المستوية - رساله في المثلثات الكروية .

* **وفاته** : ٦٧٢ هـ - (١٢٧٤ م) .

*** الاسم : علي بن ابراهيم بن محمد بن حسان بن ثابت الأنصاري ابو الحسين .**

*** الشهره : ابن الشاطر الدمشقي .**

*** تاريخ الميلاد : ٧٠٤ هـ - ١٣٠٤ م .**

*** مكان الميلاد : دمشق .**

*** نبذه عن حياته :**

ابن الشاطر الدمشقي كان عالما في الفلك والهندسة والنجوم وقد أخذ الكثير عن علماء سبقوه في هذا المجال من الشام ومصر وكان متفوقا على غيره في علم الفلك وعرف بلقب المطعم الفلكي وقد برع في الساعات المئوية وله رسالة اسمها النجوم الزاهرة في العمل بالمربع المجيب بلا مري ولا دائرة وله عدة رسائل في الفلك وله أعمال فلكية بناها على طريقته في الجبر .

ومن أهم نشاطاته تطوير الآلات الفلكية وتقسيمها الى آلات تستعمل في الرصد وآلات في الحساب وله نظرية عن الكواكب السياره وهي اكمال لجهود علماء سبقوه في علم الفلك .

و ابن الشاطر جدير بهذا اللقب الذي اكتسبه من ابن عم أبيه لما ابتكره من آلات وما قدمه للحضارة الاسلامية من علم وأعمال ، وقد توفي ابن الشاطر عن

ثلاث وسبعين سنة .

* **العلوم التي برع فيها** : الفلك - الرياضيات - الفلسفة .

* **إنتاجه الرياضي** : كتاب كشف المغيب في الحساب بالربع العجيب - كتاب الجبر والمقابلة - صمم أدوات تستعمل في الحساب - برع في الهندسة .

* **وفاته** : ٧٧٧ هـ (١٣٧٥ م) في دمشق .

*** الاسم : جمشيد بن مسعود بن محمود الكاشي .**

*** الشهرة : الكاشي .**

*** تاريخ الميلاد : الثلث الاخير من القرن الرابع عشر .**

*** مكان الميلاد : كاشان (ايران)**

*** نبذه عن حياته :**

الكاشي أعظم رياضي في القرن الخامس عشر ، وكان فلكياً وطبيبيا تلقي العلم في سمرقند حيث كانت من أكبر المراكز الثقافية في الشرق ولقد ساهم غياث الدين الكاشي في تقدم الرياضيات كثيرا وأيضا في تقدم علم الفلك الذي كان يرتبط ارتباطا وثيقا بعلم الرياضيات وله عدة مؤلفات في الرياضيات والفلك ، ولكن أشهر مؤلفاته كتابه « مفتاح الحساب » وهو ختام مؤلفاته ولقد اعتبر كتابه هذا موسوعه الرياضيات في ذلك الوقت والكاشي له الفضل في إستعمالنا للآلات الحاسبة الالكترونية في حاضرنا وذلك لإكتشاف العدد العشري والفاصله العشريه ومهما كان حديثنا عن الكاشي فإننا لن نفيه حقه وذلك لفضله الكبير في علم الرياضيات والفلك . وقد أكد العالم الألماني لوكي على أن اكتشاف الأعداد العشرية كان على يد الكاشي وليس العالم الفلمنكي ستيفن حيث سبق الكاشي ستيفن بفتره طويله .

*** العلوم التي برع فيها** : الرياضيات - الفلك .

***** إنتاجه الرياضي** : كتاب مفتاح الحساب - الرسالة المحيطة في استخراج محيط الدائرة العدد ١١ (النسبه التقريبيه) - وحدة العمل والضرب في النحت والتراب - استخراج قطر المحيط - رسالة في استخراج قطر المحيط - رسالة في استخراج جيب درجة واحدة .

***وفاته** : ١٤٣٦م .

*** الاسم : أبو الحسن علي بن محمد بن علي القرشي البسطي .**

*** الشهرة : القلصادي**

*** تاريخ الميلاد : ٨٥٠ هـ (١٤١٢م) .**

*** مكان الميلاد : بسطه (الأندلس) .**

*** نبذة عن حياته :**

القلصادي عالم من علماء الأندلس ، فدرس في البداية في بسطة على يد كبار علمائها ، ثم انتقل الى غرناطة طالبا للعلم ولقد ظهرت براعة القلصادي في فرع الحساب ، إضافة الى أنه كان فقيها من فقهاء المالكية وكان حريصا على طلب العلم فحتى عندما ذهب لأداء فريضة الحج كان يتوقف في طريقه لتلقي العلم في المدن التي يمر بها ولقد اشتهر القلصادي بالجبر ايضا الى جانب الحساب وله في ذلك كتاب كشف الاسرار عن علم الغبار .

وكان أول من استعمل الإشارات والعلامات الجبرية التي تستعمل بعضها حتى وقتنا الحالي ولقد شرح القلصادي عمل « ابن البناء » في الحساب وأضاف اليه اضافات مهمة وله الفضل في تطوير طريقة ايجاد الجذر التربيعي ومؤلفاته كثيرة ومتعددة في فرعي الحساب والجبر وظلت هذه المؤلفات مرجعا رياضيا حتى في القرن العشرين كما طور كثيرا في علم الجبر ، وتوفي القلصادي في باجة بتونس تاركا علمه وإنجازاته لنستفيد منها .

* **العلوم التي برع فيها** : الرياضيات - الفقه .

* **إنتاجه الرياضي** : كان من أوائل من استعمل الرموز والإشارات والعلامات الجبرية - كتاب شرح الأراجيز الياسمينية في الجبر والمقابلة - كتاب قانون الحساب - كتاب كشف الجلبات عن علم الحساب - كتاب تبصرة في حساب الغبار - كتاب تبصرة المبتدئ بالقلم الهندسي - كتاب كشف الاسرار عن علم الغبار - شرح عمل «ابن البناء» في الحساب - كتاب الأسرار في الجبر

* **وفاته** : ٨٩١ هـ (١٤٩٦م) .

* الاسم : محمد بن حسين بن عبد الصمد العاملي .

* الشهرة : بهاء الدين العاملي .

* تاريخ الميلاد : ٩٥٣ (١٥٤٧ م) .

* مكان الميلاد : بعلبك (لبنان) .

* نبذه عن حياته :

العاملي علم من لبنان لقب بالعاملي نسبة الى جبل عامل في لبنان واشتهر بالرياضيات خاصة الجبر وبرع في الأدب والفلسفه والتاريخ والمنطق والتنجيم فكان مرجعا لمعظم العلوم .

وقد أجاد بهاء الدين اللغة الفارسية الى جانب العربية وسافر الى معظم الأقطار لتلقي العلم على أيدي كبار العلماء . من أهم ما يميز العاملي أنه كان متفرغا للعلم والمعرفه . له شروح لقوانين رياضية ومسائل مستعصية كما لخص وعلق على مؤلفات الكرخي في الجبر والحساب وله مؤلفات في البيئة والمتواليات ويعتبر العاملي مكتشف قانون جمع الأعداد المفردة حسب تسلسلها الطبيعي .

كما ابتكر طريقة الميزان الرياضي ، وهي ايجاد الجذر الحقيقي التقريبي للمعادلة الجبرية وسميت بطريقة الكفتين وهذه الطريقة ما زالت مستغملة الى

يومنا هذا .

وللعاملي أكثر من خمسين مؤلفا في الرياضيات والأدب والفلسفة وغيرها من العلوم ،وقد توفى عن خمسة وسبعين عاما .

* **العلوم التي برع فيها** : الرياضيات - الأدب - الفلسفه - التاريخ - المنطق - التنجيم - اصول الدين .

* **إنتاجه الرياضي** : اكتشف قانون الأعداد المفردة- قانون لجمع الأعداد الزوجية -وابتكر طريقة الميزان الرياضي لايجاد الجذر الحقيقي التقريبي للمعادلة الجبرية - له رسالة في الجبر والمقابلة - رسالة عن الكرة - الرسالة الاسطوانية - رسالة في الجبر وعلاقته بالحساب - كتاب ملخص الحساب والجبر وأعمال المساحة .

* **وفاته** : ١٠٣١ هـ (١٦٢٢م) في لبنان .

ملحق

تعريف بعض المصطلحات الرياضية GLOSSARY

(١) البايت (BYTE)

يساوي ٨ أرقام في النظام الثنائي

(٢) البرمجة الخطية (LINEAR PROGRAMING)

فرع من فروع المعرفةالرياضية الحديثة يساعد على ايجاد الطرق الدقيقة للادارة .

(٣) البناء الرياضي (CONSTRUCTIVISM)

(سابقا) البديهيه (INTUITIONISM) هي فكرة عامة يمكن قبولها في العلوم الرياضية وتصاغ كنتائج للملاحظة أو المشاهدة .

(٤) التبولوجي (TOPOLOGY)

فرع من فروع المعرفه الرياضية الحديثة تطويرلفروع اخري مثل الجبر والهندسة وجبر المجموعات .

التبولوجي العام : تطوير لنظرية المجموعات .

التبولوجي الجبري : ربط التبولوجي مع الجبر .

التبولوجي التفاضلي : وهو العلم الذي يبحث ارتباط التبولوجي وعلم التنور .

(٥) التحليل الرياضي (MATH. ANALYSIS)

هو التطوير الحديث لموضوع حساب التفاضل و التكامل .

(٦) الخوارزمية (ALGORITHM)

مجموعة خطوات محددة تطبق بنظام او ترتيب ثابت للوصول الى نتيجة مقصوده فمثلا يطلق الخوارزمية الاقليدية على مجموعة الخطوات التي تطبق للحصول على القاسم المشترك الاعلى للعدد .

(٧) الدالة FUNCTION أو الراسم MAPPING أو الناقل TRANSFORMATION.

بصفة عامة هي ارتباط بين عناصر مجموعتين او ارتباط بين متغيرو متغير تابع وبخصوصية أكثر هي العلاقة التي تعطي مخرج ثابت لمدخل معين فمثلا الداله ص = س^{٢} إذا كان المدخل س فإن المخرج = س^{٢} .

(٨) رسم المنحنيات CURVE FITTING

إيجاد المنحني الهندسي الذي يمثل بيانات فيزيائية أوبيانات إحصائية .

(٩) الرقم في النظام الثنائي BIT

هو رقم واحد في التمثيل الثنائي للعدد (الوحده الاساسية لصياغة المعلومات في الحاسب الالي) .

(١٠) الزمره GOUP

هي بناء جبري يحقق بعض الشروط أو الفروض :

١ – تتحدد بمجموعة غير خالية وعملية إثنائية على المجموعة .

٢ – تتحقق الخاصية التجميعية

٣ – يوجد عنصر محايد في المجموعة

٤ – لكل عنصر في المجموعة يوجد له معكوس (نظير) .

ومن أبسط مثلتها المجموعة { ١ ، -١ } مع عملية الضرب .

(١١) طوله الكلمة WORD LENGTH

عدد الارقام في النظام الثنائي والتي تحجز كوحدة .

(١٢) عدد التوافقات COMBINATORICS

تدريب رياضي يجيب على السؤال : بكم طريقة يمكن فعل . . . ؟
مثال : بكم طريقة يمكن ترتيب ٥ أزواج و ٥ زوجات حول مائدة دائرية بحيث لا تجلس أي زوجة بجانب زوجها .

(١٣) الأعداد الصحيحة INTEGER

وهي مجموعة الاعداد في الصورة (. . ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ , ٤ ، . . .) .

(١٤) العدد الغير نسبي IRRATIONAL NUMBER

عدد حقيقي لا يمكن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$ مثال ذلك $\sqrt{٢}$.

(١٥) العدد المركب COMPLEX NUMBER

العدد الذي يمكن وضعه علي الصورة أ + ب ت بحيث أ ، ب عددين حقيقيين ، ت = $\sqrt{-١}$ ($ت^{٢}$ = -١) والدراسة المنظمة

الاستخدام في الرياضيات البحتة والتطبيقية .

(١٦) الفرض ARGUMENT

هي إحدى القيم المختارة التي تتحقق عندها الداله فمثلا الداله ص = س٢ إذا كان الفرض (ARGUMENT) س = ٧ فإن قيمة الدالة ص = ٤٩ .

(١٧) فضاء الـــدوال SPACE OF FUNCTION

مجموعة من الدوال ترتبط و تتقيد بقاعده أو قواعد ومن الامثله الشهيرة لفضاء الداله مجموعة الدوال المعرفة علي الفترة $-\pi \leq$ س $\leq \pi$ والتي تقاس بما يعرف بتكامل ليبزج وكمثال آخر مجموعة القطوع المكافئة

ص = أس^{٢} + ب س + جـ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية .

(١٨) المتتابعة SEQUENCE

وفيها يتتابع الشئ بعد الاخر في مجموعه مرتبه .

مثال تتابعه الاعداد الصحيحة الموجبة أو ،

متتابعة الاعداد الزوجية ٢ ، ٤ ، ٦ ، . . .

(١٩) متسلسة القوي POWER SERIES

متسلسلة لا نهائية ذات صفة خاصة لقوى متتابعه لمتغير ما وقد يكون هذا المتغير مضروبا ببعض الاعداد . والصورة العامه لها هي

أ$_{.}$ + أ$_{١}$س + أ$_{٢}$س^{٢} + أ$_{٣}$ س^{٣} + . . .

(٢٠) مسلمات الاختيار AXIOM OF CHOICE

الاساس الذي يصادق علي بعض انواع التراكيب الرياضية مسلمة الاختيار

تؤكد انه بفرض تجمع من المجموعات فأحدها يمكن ان يكون مجموعة تحتوي على عنصر واحد من كل مجموعة من هذا التجمع .

(٢١) المسلمة AXIOM

هي عبارة تقبل كأساس لغرض منطقي معين وتتعلق بموضوع خاص ويصوغها العالم الرياضي لغرض في نفسه .

(٢٢) مشكلة فرمات FERMAT'S LAST PROBLEM

وهي التي تؤكد ان العلاقة $س^{ن} + ص^{ن} = ع^{ن}$ ليس لهاحل صحيح موجب لكل من س ، ص ، ع إذا كانت ن عدد صحيح أكبر من ٢ .

(٢٣) المصفوفة MATRIX

منظومة مستطيلة من العناصر عادة تكون أعداداً مثال :

١	٢
٣	٤

(٢٤) المعادله الديوفانتيه DIOPHANTINE EQUATION

المعادلة التي تحل بواسطة الاعداد الصحيحة فمثلا

$٢س^{٢} - ٣ص^{٢} = ٥$ معادله ديوفانتيه

لان لها الحل (٢ ، ١)

(٢٥) المقياس MODULO

عندما نأخذ عددا ما مقياس العدد نعني بذلك حذف مضاعفات العدد ٣ من هذا العدد ونأخذ الباقي ، فمثلا

٢٥ مقياس (٣) =٤ لأن ٢٥ = ٣ × ٧ + ١

(٢٦) كثيرات الحدود POLYNOMIALS

وهي عباره عن معادله تأخذ الصورة الآتية :

$أ_١ س^ن + أ_١ س^{ن-١} + \ldots\ldots أ_ن = ٠$

حيث $أ_٠$ ، $أ_١$ ، $أ_٢$ . . . . $أ_ن$ أعداداً حقيقية .

(٢٧) النقطة الثابتة FIXED POINT

وهي النقطة التي لا يتغير موضعها اذا أجرى عليها اي تحويل فمركز القرص الذي يدور حول مركزه يكون المركز هو النقطة الثابتة .

(٢٨) الهندسة اللاإقليدية NON - EUCLIDEAN GEOMETRY

هي الهندسة التي تبني علي مسلمات وفروض مضادة لفروض اقليدس الخمس في التوازي فمثلا في الهندسة الاقليدية ينص علي انه من اي نقطة ليست علي المستقم نفسه يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يوازي هذا المستقيم اما في الهندسة اللاإقليدية فانه لاوجود لهذا المستقيم .٢- تتحقق الخاصية التجميعية

٣- يوجد عنصر محايد في المجموعة

٤- لكل عنصر في المجموعة يوجد له معكوس .

ومن أبسط أمثلتها المجموعة (١ ، -١) مع عملية الضرب .

كلمة في الختام

وبعد فقد عرضنا في تضاعيف هذا الكتاب لسيرة حفنة متميزة من علماء المسلمين آمنوا بربهم وأمتهم فزادهم الله هدى وأعطوا كل حياتهم ووقتهم لخدمة الحضارة الإسلامية العظيمة من خلال أبحاثهم واكتشافاتهم و إضافاتهم العلمية ، ذلك أننا نرى أنه من الضروري لكل متعلم مسلم كان أو مسلمة أن يقف على الدور المتميز الذي لعبته الحضارة الاسلامية في ميادين العلوم عامة وميادين الرياضيات خاصة من خلال تتبع مسيرة هؤلاء العلماء . لعل في هذه السيرة ما يبعث على إعادة الثقة في أنفسنا ، ويشجعنا على الإنطلاق إلى مواصلة المسيرة خلفا لهؤلاء العلماء ، مسيرة البحث والإطلاع والإكتشاف .

على أننا نود أن نؤكد أن عرضنا لهؤلاء العلماء لم يكن على سبيل الإستقصاء والحصر بل كان على سبيل التمثيل لعلماء في فروع المعرفة الرياضية المختلفة ويبقى من العلماء المسلمين كثرة كاثرة ممن لم يتسع المجال لاستقصاء جهودهم ولاستيفاء التعريف بهم .

ولعل الله أن يوفقنا في أعمال لاحقة الى استكمال القول عن سائر من لم نتعرض لهم في هذا العمل .

وفي ختامنا هذا نود ان ننبه الى أمرين هامين :-

أولهما : من المؤلم أنه بعد كل هذه الانجازات العلمية يظهر بيننا فريق

بهره بريق الحضارة الأوروبية فتأثر بكلام بعض المغرضين المستشرقين أو الشعوبيين فتنكروا للاكتشافات الرياضية في صدر الحضارة الاسلامية متوهمين أن هذه المجهودات ترجع إلى أصول هندية أو فارسية أو إغريقية منكرين بذلك الدور الحضاري التاريخ للمسلمين ، الذي مهد دون شك وباعتراف المخلصين من علمائهم للنهضة العلمية الاوروبية فيما بعد .

وثانيهما : هو عتابٌ ينضح حسرة وألما للقائمين على أمر أنظمتنا التربوية الحالية على تجاهلهم لإنجازات الحضارة الإسلامية ومآثرها في كل فروع المعرفة . إننا على يقين من أن الكثير من منا يجهل الدور المميز للحضارة الاسلامية في بناء الصرح العلمي للرياضيات على مدار العصور .

وأخيرا إذا كانت القيم والأهداف في كل أمة من الأمم من صميم ثقافتها فعلى المسلمين اليوم أن يحددوا قيمهم ويوحدوا أهدافهم بأسلوب يعكس أصالتهم وتميزهم واستقلالهم .

المؤلفـــــان

المصادر والمراجع

(١) تاريخ العالم — الجزء الاول — جورج سارتون — ترجمة ابراهيم مدكور وآخرين

(٢) تاريخ العلم — الجزء الثاني — جورج سارتون — ترجمة ابراهيم مدكور وآخرين

(٣) تاريخ العلم — الجزء الثالث — جورج سارتون — ترجمة ابراهيم مدكور وآخرين

(٤) تاريخ العلوم عند العرب — د . عمر فروج

(٥) تاريخ العلوم عند العرب — د . ماهر عبدالقادر

(٦) تطور الفكر العلمي — د . محمد الصادق

(٧) تاريخ الحساب — د . رنيـــه تاتون (ترجمة د .موريس شربل)

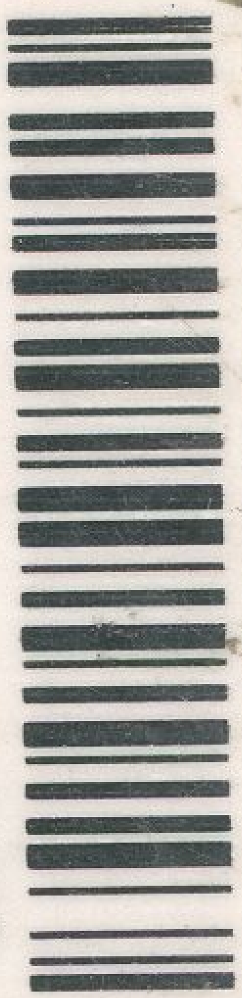
(٨) عبقرية العرب في العلم والفلسفة — د . عمر فروج

(٩) الجبر والمقابلة	الخوارزمي (تحقيق علي مصطفى مشرفه ومحمد موسى أحمد)
(١٠) أساسيات تدريس الرياضيات الحديثة	د . معصومة كاظم وآخرين
(١١) مقدمة في تاريخ الرياضيات (الحساب الجبر)	د . وليم عبيد – د . عبدالعظيم أنيس
(١٢) الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات	د . محمود أحمد شوق
(١٣) تاريخ الرياضيات	د . أحمد أبو العباس
(١٤) أخبار العلماء بأخبار الحكماء	إبن القفطي
(١٥) مقدمة للفلسفة الرياضية	د . محمد موسى أحمد (ترجمة)
(١٦) فلسفة الرياضيات	د . محمد ثابت الفندي
(١٧) تاريخ علم الحساب العربي	أبو الوفا البوزجاني
(١٨) موجز تاريخ الرياضيات	هاشم الطيار – يحيى أحمد سعيد
(١٩) تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك	قدري حافظ طوقان
(٢٠) مناهج العلماء المسلمين في البحث العلمي	أنيس فريحة (ترجمة)

(٢١) علماء العرب في الرياضيات	قدري حافظ طوقان
(٢٢) اطلاله علي علوم الاوائل	آبراهيم المسلم
(٢٣) الخالدون العرب	قدري حافظ طوقان
(٢٤) الموسوعة - علماء العرب	د . يوسف فرحات
(٢٥) مآثر العرب في الرياضيات والفلك	منصور حنا حروان
(٢٦) تاريخ علم الحساب العربي	د . أحمد سليم سعيد
(٢٧) تاريخ العلم ودور العلماء العرب في تقدمه	د . عبد الحليم مننتصر
(٢٨) أثر الاسلام على النهضة الاوروبية في العلوم والفنون والآداب	ابراهيم الكردي
(٢٩) موسوعة علماء الرياضيات	د . موريس شربل
(٣٠) تاريخ العلوم في الاسلام	أنور الرفاعي
(٣١) الحضارة في الوطن العربي الكبير	أنور الرفاعي
(٣٢) تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب	د . رشدي راشد
(٣٣) تاريخ العلوم عند العرب	د . علي عبدالله الرفاع
(٣٤) إسهام علماء المسلمين في الرياضيات	د . علي عبدالله الرفاع

(٣٥) الرياضيات والحياة	د . عبدالفتاح الشرقاوي- (محاضرة)
(٣٦) الشماريخ في علم التاريخ	الحافظ جلال الدين السيوطي تحقيق : محمد بن ابراهيم الشيباني
(٣٧) منظومات بن الياسمين	تحقيق ودراسة : د .جلال شوقي
(٣٨) تلخيص أعمال الحساب	محمد سوسى
(٣٩) الفصول في الحساب الهندسي	أحمد سعيدان
(٤٠) الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر الميلادي	تحقيق : د . رشاد رشدي

(41) HISTORY OF MATHEMATICAL NOTATIONS	BY- FLORAIN CAJORE
(42) HISTORY OF THE THEORY OF NUMBERS	BY. DICKSON
(43) EUCLIDS ELEMENTS	BY. THOMAS LITTLE
(44) FOURIER IMPROVEMENT OF THE NEWTON-RAPHSON METHOD	BY. FLORAIN CAJORI
(45) UNSOLVED PROBLEMS IN NUMBER THEORY.	BY. GUY RICHARD
(46) HISTORY OF MATHEMATICS	BY. SMITH
(47) MATHEMATICAL EXPERIENCE	BY.DAVIS, HERSH.





دار الترجمة

الكويت

مطبعة الفيصل
ت : ٢٤٤٦٧٤٠-٢٤٤٦٨٣٨